Leçon 21 Les puissances

I Puissances d'exposant positif

Puissances d'exposant entier relatif

DÉFINITION a désigne un nombre relatif et n désigne un nombre entier positif non nul.
Le produit de n facteurs tous égaux à a se note a^n.
a^n est une **puissance** du nombre a et se lit « a exposant n ».
Le nombre n est appelé l'**exposant**.

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs égaux à } a}$$

EXEMPLES :

- $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$
- $(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$
- $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{4}{9}$

Remarques :
- 3^4 se lit « trois exposant quatre ».
- $(-2)^3$ se lit « moins deux exposant trois » ou « moins deux au cube ».

Cas particuliers :
- Pour $n \neq 0$, $0^n = 0$.
- $a^1 = a$.
- Pour $a \neq 0$, on convient que : $a^0 = 1$.

EXEMPLES :
- $0^{12} = 0$
- $(-5)^1 = -5$
- $2{,}8^0 = 1$

II Puissances d'exposant négatif

Puissances d'exposant entier négatif

DÉFINITION a désigne un nombre relatif non nul et n désigne un nombre entier positif non nul.
Le nombre a^{-n} est l'inverse du nombre a^n.

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

EXEMPLES :
- $3^{-5} = \frac{1}{3^5} = \frac{1}{243}$
- $(-2)^{-4} = \frac{1}{(-2)^4} = \frac{1}{16}$
- $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^3} = \frac{1}{\frac{8}{27}} = \frac{27}{8}$

Cas particulier : Pour $a \neq 0$, $a^{-1} = \frac{1}{a^1} = \frac{1}{a}$. Ainsi, le nombre a^{-1} est l'inverse du nombre a.

EXEMPLES :
- $(-2)^{-1} = \frac{1}{-2}$.
- L'inverse du nombre 2,5 est $2{,}5^{-1}$.