

Julien possède une très grande feuille de papier. Cette feuille mesure environ 0,1 mm d'épaisseur. Il la plie en deux, puis de nouveau en deux et ainsi de suite pour faire une pile.

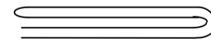
1a)



au départ



après un pliage



après deux pliages

- 1) a) Ecrire, à l'aide d'une puissance de 2, le nombre d'épaisseurs de papier au départ, après un premier pliage, après un deuxième pliage, et après 5 pliages.  
b) Combien y a-t-il d'épaisseurs après  $n$  pliages,  $n$  étant un entier naturel non nul ?  
Quelle est alors l'épaisseur obtenue ?  
2) a) Jean mesure 1,5 m.  
18 pliages sont-ils suffisants pour avoir une pile plus grande que lui ?  
b) La tour Eiffel mesure 324 m.  
Combien, Jean, doit-il réaliser, au minimum, de pliages pour obtenir une pile plus grande que la tour Eiffel ?

Au départ, il y a un épaisseur c'est à dire  $2^0$  épaisseur. (Je vous rappelle que pour tout nombre  $a$  non nul,  $a^0 = 1$ ).

Après un pliage, il y a 2 épaisseurs, c'est à dire  $2^1$  épaisseur.

Après 2 pliages, il y a 4 épaisseurs, c'est à dire  $2^2$  épaisseurs.

Après 3 pliages, il y a 8 épaisseurs, c'est à dire  $2^3$  épaisseurs.

Après 4 pliages, il y a 16 épaisseurs, c'est à dire  $2^4$  épaisseurs.

Après 5 pliages, il y a 32 épaisseurs, c'est à dire  $2^5$  épaisseurs.

1b) Généralisons ce que l'on vu à la précédente question :

Après  $n$  pliages, il y a  $2^n$  épaisseurs  $n$  étant un nombre entier positif.

2a) Jean mesure 1,5 m.

Après 18 pliages, il y a  $2^{18}$  épaisseurs c'est à dire 262144 épaisseurs

$$262144 \times 0,1 = 26214,4 \text{ mm} = 26,2144 \text{ m} > 1,5 \text{ m}$$

2b) La tour Eiffel mesure 324 m = 324 000 mm

$324\,000 : 0,1 = 3\,240\,000$  épaisseurs de papiers

On cherche avec la calculatrice une puissance de 2 qui dépasse 3 240 000

$2^{30} = 1\,073\,741\,824$  plus grand que 3 240 000

$2^{25} = 33\,554\,432$  plus grand que 3 240 000

$2^{20} = 1\,048\,576$  plus petit que 3 240 000

$2^{21} = 2\,097\,152$  plus petit que 3 240 000

$2^{22} = 4\,194\,304$  plus grand que 3 240 000

Il faut donc 22 pliages d'une feuille pour dépasser la hauteur de la Tour Eiffel.

Cela paraît peu mais est en réalité physiquement impossible.

