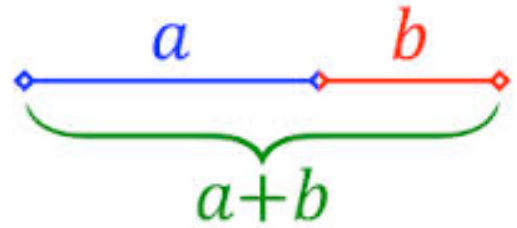


## Quelques exercices pour découvrir le nombre d'or

### **I La proportion divine**

Le **nombre d'or** est une proportion, définie initialement en géométrie comme l'unique rapport  $a / b$  entre deux longueurs  $a$  et  $b$  telles que le rapport de la somme des deux longueurs ( $a + b$ ) sur la plus grande  $a$  soit égal à celui de la plus grande  $a$  sur la plus petite  $b$  c'est-à-dire lorsque  $(a + b) / a = a / b$ . Le découpage d'un segment en deux longueurs vérifiant cette propriété est appelé par Euclide découpage en « extrême et moyenne raison ».



$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} \equiv \varphi$$

Exercice 1 : Montrer que le nombre d'or est solution de l'équation :  $x^2 - x - 1 = 0$

Exercice 2 : Montrer que le nombre phi  $\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$  est une solution de cette équation. Phi est le nombre d'or

### **II Des approximations du nombre d'or**

Exercice 3 : En utilisant une calculatrice, déterminer une valeur arrondie au millième du nombre d'or

Exercice 4 : la suite de Fibonacci

Au XIIIe siècle, dans son traité mathématique *Liber Abaci*, le mathématicien *Fibonacci* pose le problème suivant :  
« Combien de couples de lapins obtiendrons-nous à la fin de l'année si, commençant avec un couple, chacun des couples produisait chaque mois un nouveau couple lequel deviendrait productif au second mois de son existence ? »



Voici les réponses constituant les nombres de la suite de *Fibonacci*: 1-1-2-3-5-8-13-21-...

- 1) Compléter la suite de nombres de *Fibonacci* pour la 1ère année.
- 2) Calculer les valeurs approchées à  $10^{-3}$  près des quotients de deux nombres successifs de la suite de *Fibonacci* et comparer les résultats avec le nombre d'or.

Ne pas hésiter à consulter le site

[http://therese.eveilleau.pagesperso-orange.fr/pages/truc\\_mat/textes/lapins.htm](http://therese.eveilleau.pagesperso-orange.fr/pages/truc_mat/textes/lapins.htm)  
pour avoir une illustration du phénomène.

