

# Leçon 21 Les puissances

## I Puissances d'exposant positif

### Puissances d'exposant entier relatif

**DÉFINITION**  $a$  désigne un nombre relatif et  $n$  désigne un nombre entier positif non nul.

Le produit de  $n$  facteurs tous égaux à  $a$  se note  $a^n$ .

$a^n$  est une **puissance** du nombre  $a$  et se lit «  $a$  exposant  $n$  ».

Le nombre  $n$  est appelé l'**exposant**.

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs égaux à } a}$$

#### ■ EXEMPLES :

•  $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$       •  $(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$       •  $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{4}{9}$

■ **Remarques :** •  $3^4$  se lit « trois exposant quatre ».

•  $(-2)^3$  se lit « moins deux exposant trois » ou « moins deux au cube ».

**Cas particuliers :** • Pour  $n \neq 0$ ,  $0^n = 0$ .      •  $a^1 = a$ .      • Pour  $a \neq 0$ , on convient que :  $a^0 = 1$ .

■ **EXEMPLES :** •  $0^{12} = 0$       •  $(-5)^1 = -5$       •  $2,8^0 = 1$

## II Puissances d'exposant négatif

### Puissances d'exposant entier négatif

**DÉFINITION**  $a$  désigne un nombre relatif non nul et  $n$  désigne un nombre entier positif non nul.

Le nombre  $a^{-n}$  est l'inverse du nombre  $a^n$ .

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

■ **EXEMPLES :** •  $3^{-5} = \frac{1}{3^5} = \frac{1}{243}$       •  $(-2)^{-4} = \frac{1}{(-2)^4} = \frac{1}{16}$       •  $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^3} = \frac{1}{\frac{8}{27}} = \frac{27}{8}$

**Cas particulier :** Pour  $a \neq 0$ ,  $a^{-1} = \frac{1}{a^1} = \frac{1}{a}$ . Ainsi, le nombre  $a^{-1}$  est l'inverse du nombre  $a$ .

■ **EXEMPLES :** •  $(-2)^{-1} = \frac{1}{-2}$ .      • L'inverse du nombre 2,5 est  $2,5^{-1}$ .

## Cas particulier : les puissances de 10

### a) Puissances de 10 d'exposant entier positif

**PROPRIÉTÉ (ADMISE)**  $n$  désigne un nombre entier positif non nul.

Le produit de  $n$  facteurs tous égaux à 10 se note  $10^n$ .

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{n \text{ facteurs égaux à } 10} = \underbrace{10\dots0}_{n \text{ zéros}}$$

■ **EXEMPLE :** L'écriture décimale du nombre  $10^7$  s'écrit avec un 1 suivi de 7 zéros.  
 † Donc  $10^7 = 10\,000\,000$ .

### b) Puissances de 10 d'exposant entier négatif

**PROPRIÉTÉ (ADMISE)**  $n$  désigne un nombre entier positif non nul.

Le nombre  $10^{-n}$  est l'inverse du nombre  $10^n$ .

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \frac{1}{\underbrace{10 \times \dots \times 10}_{n \text{ facteurs égaux à } 10}} = \underbrace{0,0\dots01}_{n \text{ chiffres après la virgule}}$$

■ **EXEMPLE :** L'écriture décimale du nombre  $10^{-5}$  possède 5 chiffres après la virgule.  
 † Donc :  $10^{-5} = 0,00001$ .

### c) Règles de calcul sur les puissances de 10

**PROPRIÉTÉS (ADMISES)**  $n$  et  $p$  désignent deux nombres entiers relatifs.

•  $10^n \times 10^p = 10^{n+p}$

•  $\frac{10^n}{10^p} = 10^{n-p}$

•  $(10^n)^p = 10^{n \times p}$

■ **EXEMPLES :**

•  $10^5 \times 10^3 = 10^{5+3} = 10^8$

•  $\frac{10^9}{10^{11}} = 10^{9-11} = 10^{-2}$

•  $(10^8)^4 = 10^{8 \times 4} = 10^{32}$

•  $10^5 \times 10^{-7} = 10^{5+(-7)} = 10^{-2}$

•  $\frac{10^5}{10^{-4}} = 10^{5-(-4)} = 10^9$

•  $(10^{-2})^{-3} = 10^{-2 \times (-3)} = 10^6$

Puissances de 10 et préfixes pour les unités de grandeurs

Nombre décimal	Puissance de dix	Préfixe français	Symbole
1	$10^0$	-	-
0,01	$10^{-2}$	<u>centi</u>	<u>c</u>
0,001	$10^{-3}$	<u>milli</u>	<u>m</u>
0,000 001	$10^{-6}$	<u>micro</u>	<u>μ</u>
0,000 000 001	$10^{-9}$	<u>nano</u>	<u>n</u>
0,000 000 000 001	$10^{-12}$	<u>pico</u>	<u>p</u>
0,000 000 000 000 001	$10^{-15}$	<u>femto</u>	<u>f</u>
0,000 000 000 000 000 001	$10^{-18}$	<u>atto</u>	<u>A</u>
1	$10^0$	-	-
1 000	$10^3$	<u>kilo</u>	<u>K</u>
1 000 000	$10^6$	<u>mega</u>	<u>M</u>
1 000 000 000	$10^9$	<u>giga</u>	<u>G</u>
1 000 000 000 000	$10^{12}$	<u>téra</u>	<u>T</u>
1 000 000 000 000 000	$10^{15}$	<u>péta</u>	<u>P</u>
1 000 000 000 000 000 000	$10^{18}$	<u>exa</u>	<u>E</u>
1 000 000 000 000 000 000 000	$10^{21}$	<u>zetta</u>	<u>Z</u>
1 000 000 000 000 000 000 000 000	$10^{24}$	<u>yotta</u>	<u>Y</u>