

Leçon 20 Les fonctions linéaires

I Qu'est ce qu'une fonction linéaire ?

Rappel : si f est une fonction affine alors il existe a et b tel que pour tout x : $f(x) = ax + b$
a s'appelle le coefficient directeur et b l'ordonnée à l'origine.

Définition : Une fonction linéaire est une fonction affine dont l'ordonnée à l'origine vaut 0.
Autrement dit, si f est une fonction linéaire alors il existe a tel que pour tout x : $f(x) = ax$
a s'appelle le coefficient directeur.

Les fonctions linéaires sont donc des fonctions affines particulières et héritent ainsi de toutes les propriétés que l'on a vues sur les fonctions affines.

II Représentation graphique d'une fonction linéaire

Comme une fonction linéaire est affine alors sa représentation graphique est une droite.
Mais comme l'ordonnée à l'origine est égale à 0, alors cette droite passe par l'origine du repère.

Propriété : La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite qui passe par l'origine du repère. Réciproquement, si la représentation graphique d'une fonction est une droite passant par l'origine du repère alors cette fonction est linéaire.

Exemple :

f est la fonction définie par :
 $f(x) = 3x$

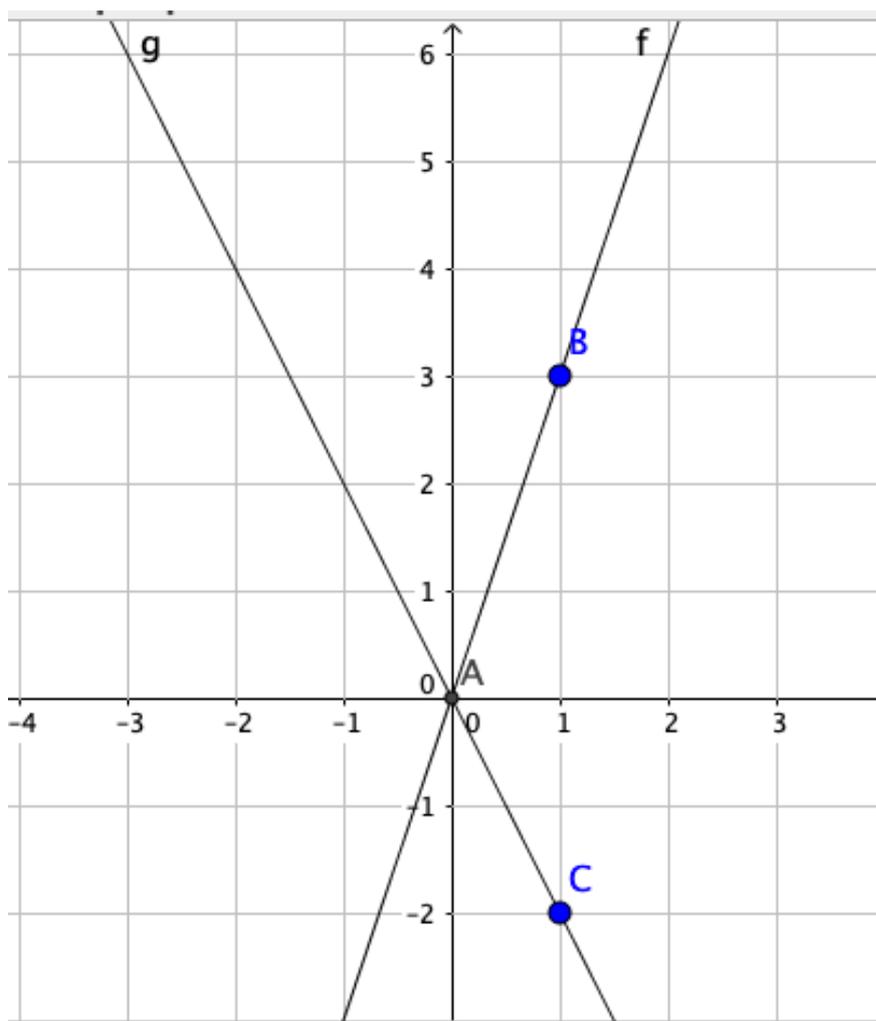
g est la fonction définie par :
 $g(x) = -2x$

f et g sont des fonctions linéaires car $f(x)$ et $g(x)$ sont de la forme « ax ».

Donc leurs représentations graphiques respectives sont des droites qui passent par l'origine.

Pour les construire, on a donc besoin de ne construire qu'un seul point :

- soit en faisant un calcul d'image par exemple :
 $f(1) = 3 \times 1 = 3$
- soit en utilisant le coefficient directeur comme dans la leçon sur les fonctions affines



III Fonctions linéaires et proportionnalité

Considérons la fonction linéaire f telle que pour tout x : $f(x) = 4x$.

Construisons un tableau de valeur de cette fonction en calculant les images de différents nombres :

x	0	1	2	3	4	5
f(x)	0	4	8	12	16	20

On remarque que ce tableau est un tableau de proportionnalité. En effet, pour passer d'une case du haut à celle du bas, on a toujours multiplié par 4.

Il y a donc proportionnalité entre les valeurs de la première ligne et celles de la seconde. Le coefficient de proportionnalité est donc 4. Le coefficient directeur de la fonction linéaire est donc le coefficient directeur de la fonction linéaire.

Propriété : toute situation de proportionnalité peut être modélisée par une fonction linéaire dont le coefficient directeur est le coefficient de proportionnalité. Réciproquement, une fonction linéaire représente une situation de proportionnalité entre les images et leurs antécédents

Point de vue graphique : une situation de proportionnalité peut être représentée par une droite passant par l'origine d'un repère tout comme la représentation graphique d'une fonction linéaire.