Chapitre 19 Notions de probabilités

1 Langage des probabilités

a) Lancer un dé, jouer à pile ou face, tirer une carte dans un jeu de cartes, jeter une punaise sur le sol, prendre un objet à l'aveugle dans un sac sont des **expériences aléatoires**. Ce sont des expériences qui conduisent à des résultats que l'on connaît mais on ne sait pas lequel de ces résultats va se réaliser.

b) A partir d'une expérience aléatoire, on définit ce que l'on appelle des **événements** qui sont des ensembles de résultats de l'expérience.

Exemples : Considérons l'expérience aléatoire suivante : "lancer de dé non truqué à 6 faces".
Il y a six issues possibles.
- L'événement D_1 "tirer un 4" est un événement à une issue (**événement élémentaire**).
- L'événement D_2 "tirer un nombre pair" possède 3 issues.
- L'événement D_3 "tirer un nombre positif" possède 6 issues. (**événement certain**).
- L'événement D_4 "tirer un 7" n'a pas d'issue. (**événement impossible**).

c) Des événements **incompatibles** sont des événements qui ne peuvent pas se produire simultanément. Par exemple, les événements "tirer un nombre pair" et "tirer un 3" sont incompatibles.

d) L'événement **contraire** d'un événement A est celui qui se réalise lorsque A ne se réalise pas.
On le note *non* A ou A^c ou $\overline{A}$.
Exemple : si A est l'événement "tirer un nombre pair" alors $\overline{A}$ est "tirer un nombre impair".

2 Probabilité d'un événement

a) Lorsque l'on répète un très grand nombre de fois une même expérience aléatoire, la fréquence de réalisation d'un événement A se stabilise autour d'un nombre.
Ce nombre est appelé la **probabilité** de l'événement A. On la note $p(A)$ et $0 \leqslant p(A) \leqslant 1$.

Exemple : On considère l'expérience aléatoire qui consiste à lancer une punaise au sol. On note H l'événement "la pointe est vers le haut". Pour déterminer la probabilité de H, on réalise un très grand nombre de fois l'expérience et on détermine la fréquence de H en calculant :

$$\frac{\text{nombre de fois où la pointe est vers le haut}}{\text{nombre total de lancers}}$$

La probabilité de H est approximativement égale à ce nombre.

b) Lorsque chaque événement élémentaire a la même probabilité, on dit qu'il y a **équiprobabilité** ou encore que les événements élémentaires sont équiprobables.

Pour signifier qu'il y a équiprobabilité, on utilise des expressions telles que :

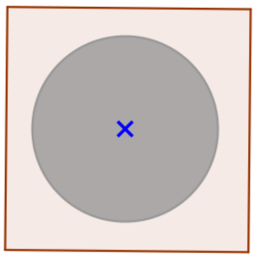
- "on tire au hasard une carte"
- "on lance une pièce équilibrée"
- "on jette un dé underlinenon truqué ou non pipé"
- "les jetons ou les boules sont indiscernables au toucher"

c) **Théorème :** Si l'on est dans une situation d'équiprobabilité, alors la probabilité d'un événement A est :

$$\boxed{p(A) = \frac{\text{nombre d'issues favorables de A}}{\text{nombre total d'issues de l'expérience}}}$$

d) Exemples : Calculons la probabilité des quatre événements de la page précédente :
- $p(D_1) = \frac{1}{6}$
- $p(D_2) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
- $p(D_3) = \frac{6}{6} = 1$
- $p(D_4) = \frac{0}{6} = 0$

e) Exemple de calcul de probabilité dans un cadre géométrique :
Un joueur de fléchette lance au hasard une fléchette sur cette cible carrée. Il ne rate jamais sa cible. Quelle est la probabilité $p(D)$ que la fléchette atteigne le disque ?



$$p(D) = \frac{\text{Aire du disque}}{\text{Aire du carré}}$$