

Leçon 26 Les équations

I Qu'est ce qu'une équation ?

Une **équation** est une égalité dans laquelle il y a un nombre représenté par une lettre : l'inconnue

exemple : $3x + 2 = 2x + 5$ ici x est l'inconnue

Une **solution** d'une équation est une valeur de l'inconnue pour laquelle l'égalité est vraie.

exemple :

$$3 \times 4 + 2 = 14$$

$$2 \times 4 + 5 = 13$$

donc 4 n'est pas une solution de l'équation $3x + 2 = 2x + 5$ car 14 est différent de 13

En revanche :

$$3 \times 3 + 2 = 11$$

$$2 \times 3 + 5 = 11$$

donc 3 est une solution de l'équation $3x + 2 = 2x + 5$. C'est même la seule solution

Résoudre une équation, c'est déterminer toutes ses solutions

Nous allons voir dans cette leçon comment déterminer toutes les solutions d'une équation sans tester les différentes valeurs de l'inconnue.

On se reposera sur les propriétés algébriques suivantes :

Propriétés : a et b sont deux nombres

Si $a = b$ alors, pour tout nombre c : $a + c = b + c$

Si $a = b$ alors, pour tout nombre c : $a - c = b - c$

Si $a = b$ alors, pour tout nombre c : $a \times c = b \times c$

Si $a = b$ alors, pour tout nombre c différent de 0 : $a / c = b / c$

II Comment résoudre une équation ?

Pour résoudre une équation, on utilise les propriétés précédentes de telle manière à aboutir à une égalité du type $x = a$ où a est un nombre qui sera la solution de l'équation.

a) exemples de type 1 : les « x » ne sont que d'un seul côté de l'égalité

$$\begin{aligned} 2x + 4 &= 12 \\ 2x + 4 - 4 &= 12 - 4 \\ 2x &= 8 \\ 2x / 2 &= 8 / 2 \\ \mathbf{x} &= \mathbf{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5x - 3 &= 18 \\ 5x - 3 + 3 &= 18 + 3 \\ 5x &= 21 \\ 5x / 5 &= 21 / 5 \\ \mathbf{x} &= \mathbf{21/5 = 4,2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x/4 + 5 &= 10 \\
 x/4 + 5 - 5 &= 10 - 5 \\
 x/4 &= 5 \\
 x/4 \times 4 &= 5 \times 4 \\
 \mathbf{x} &= \mathbf{20}
 \end{aligned}$$

b) exemples de type 2 : il y a des « x » des 2 côtés de l'égalité

Il s'agit de se ramener alors à une équation du type 1

$$\begin{aligned}
 5x + 4 &= 3x + 10 \\
 5x - 3x + 4 &= 3x - 3x + 10 \\
 2x + 4 &= 10 \\
 2x + 4 - 4 &= 10 - 4 \\
 2x &= 6 \\
 2x / 2 &= 6 / 2 \\
 \mathbf{x} &= \mathbf{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 10x - 24 &= 8x - 30 \\
 10x - 8x - 24 &= 8x - 8x - 30 \\
 2x - 24 &= -30 \\
 2x - 24 + 24 &= -30 + 24 \\
 2x &= -6 \\
 2x / 2 &= -6 / 2 \\
 \mathbf{x} &= \mathbf{-3}
 \end{aligned}$$

c) exemples de type 3 : on verra ça la prochaine fois