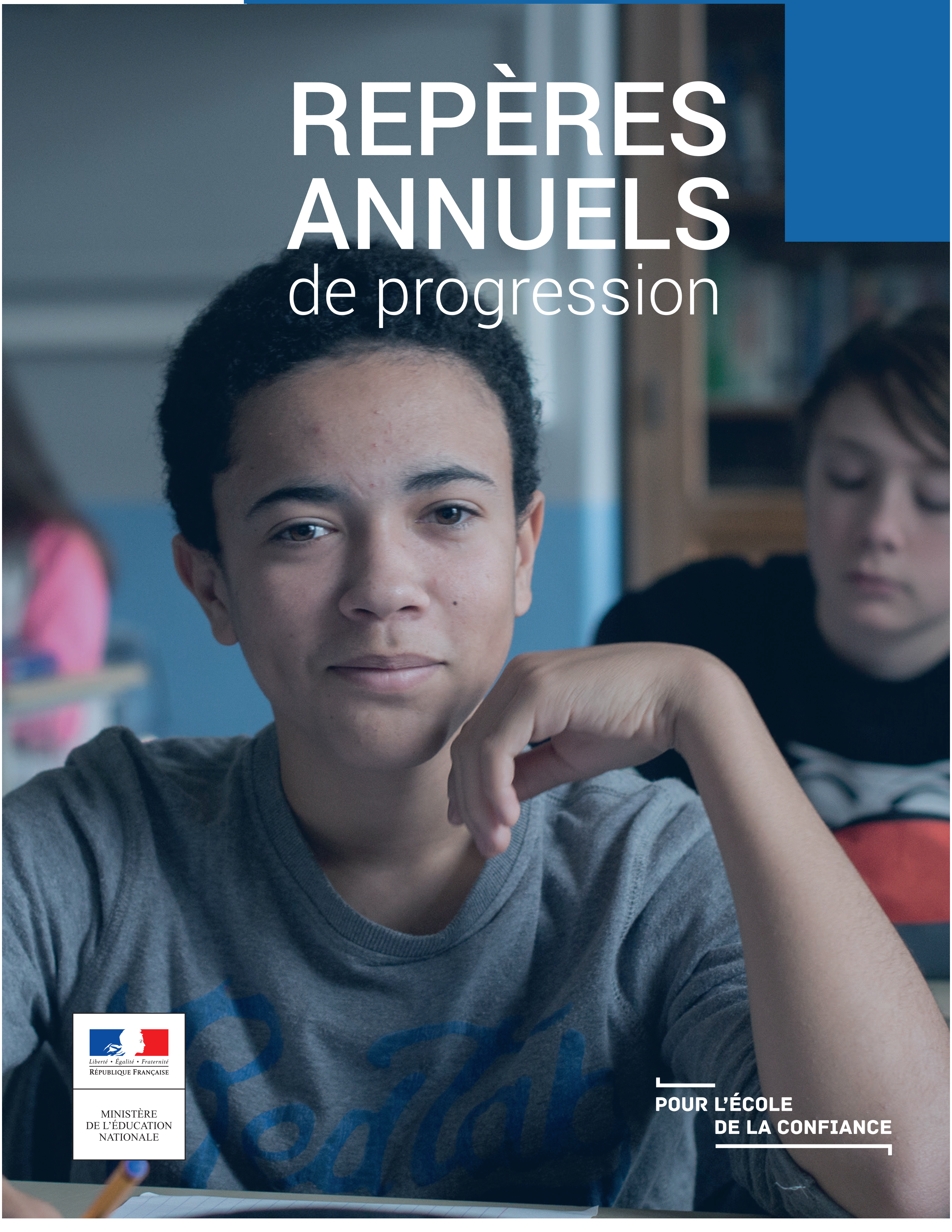
4e

Mathématiques

REPÈRES ANNUELS
de progression



Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION
NATIONALE

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE

REPÈRES ANNUELS DE PROGRESSION

NOMBRES ET CALCULS		
Nombres décimaux relatifs		
5e	**4e**	**3e**
Le travail mené au cycle 3 sur l'enchaînement des opérations, les comparaisons et le repérage sur une droite graduée de nombres décimaux positifs est poursuivi. Les nombres relatifs (d'abord entiers, puis décimaux) sont construits pour rendre possibles toutes les soustractions. La notion d'opposé est introduite, l'addition et la soustraction sont étendues aux nombres décimaux (positifs ou négatifs). Il est possible de mettre en évidence que soustraire un nombre revient à additionner son opposé, en s'appuyant sur des exemples à valeur générique du type : 3,1 - (-2) = 3,1 + 0 - (-2) = 3,1 + 2 + (-2) - (-2), donc 3,1 - (-2) = 3,1 + 2 + 0 = 3,1 + 2 = 5,1	Le produit et le quotient de décimaux relatifs sont abordés.	Le travail est consolidé notamment lors des résolutions de problèmes.
Fractions, nombres rationnels		
La conception d'une fraction en tant que nombre, déjà abordée en sixième, est consolidée. Les élèves sont amenés à reconnaître et à produire des fractions égales (sans privilégier de méthode en particulier), à comparer, additionner et soustraire des fractions dont les dénominateurs sont égaux ou multiples l'un de l'autre.	Un nombre rationnel est défini comme quotient d'un entier relatif par un entier relatif non nul, ce qui renvoie à la notion de fraction. Le quotient de deux nombres décimaux peut ne pas être un nombre décimal. La notion d'inverse est introduite, les opérations entre fractions sont étendues à la multiplication et la division. Les élèves sont conduits à comparer des nombres rationnels, à en utiliser différentes représentations et à passer de l'une à l'autre.	La notion de fraction irréductible est abordée, en lien avec celles de multiple et de diviseur qui sont travaillées tout au long du cycle.

NOMBRES ET CALCULS (suite)

Fractions, nombres rationnels (suite)

Au moins une des propriétés suivantes est démontrée, à partir de la définition d'un quotient :

- $\frac{ab}{ac}=\frac{b}{c}$
- $a\frac{b}{c}=\frac{ab}{c}$
- $\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c}$
- $\frac{a}{c}-\frac{b}{c}=\frac{a-b}{c}$

Il est possible, à ce niveau, de se limiter à des exemples à valeur générique. Cependant, le professeur veille à spécifier que la vérification d'une propriété, même sur plusieurs exemples, n'en constitue pas une démonstration.

Exemple de calcul fractionnaire permettant de démontrer que $\frac{3}{2}=\frac{15}{10}$

On commence par calculer $\frac{3}{2}\times 10$:

$\frac{3}{2}\times 10=\frac{3}{2}\times 2\times 5$.

La définition du quotient permet de simplifier par 2, puisque $\frac{3}{2}$ est le nombre qui, multiplié par 2, donne 3.

Donc $\frac{3}{2}\times 10=3\times 5=15$.

Par définition du quotient, il vient donc $\frac{3}{2}=\frac{15}{10}$, puisque $\frac{3}{2}$ multiplié par 10 donne 15.

Une ou plusieurs démonstrations de calculs fractionnaires sont présentées. Le recours au calcul littéral vient compléter pour tout ou partie des élèves l'utilisation d'exemples à valeurs génériques.

NOMBRES ET CALCULS (suite)		
Racine carrée		
	La racine carrée est introduite, en lien avec des situations géométriques (théorème de Pythagore, agrandissement des aires) et à l'appui de la connaissance des carrés parfaits de 1 à 144 et de l'utilisation de la calculatrice.	La racine carrée est utilisée dans le cadre de la résolution de problèmes. *Aucune connaissance n'est attendue sur les propriétés algébriques des racines carrées.*
Puissances		
	Les puissances de 10 sont d'abord introduites avec des exposants positifs, puis négatifs, afin de définir les préfixes de nano à giga et la notation scientifique. Celle-ci est utilisée pour comparer des nombres et déterminer des ordres de grandeurs, en lien d'autres disciplines. Les puissances de base quelconque d'exposants positifs sont introduites pour simplifier l'écriture de produits. *La connaissance des formules générales sur les produits ou quotients de puissances de 10 n'est pas un attendu du programme : la mise en œuvre des calculs sur les puissances découle de leur définition.*	Les puissances de base quelconque d'exposants négatifs sont introduites et utilisées pour simplifier des quotients. *La connaissance des formules générales sur les produits ou quotients de puissances n'est pas un attendu du programme : la mise en œuvre des calculs sur les puissances découle de leur définition.*
Divisibilité, nombres premiers		
Tout au long du cycle, les élèves sont amenés à modéliser et résoudre des problèmes mettant en jeu la divisibilité et les nombres premiers.		
Le travail sur les multiples et les diviseurs, déjà abordé au cycle 3, est poursuivi. Il est enrichi par l'introduction de la notion de nombre premier. Les élèves se familiarisent avec la liste des nombres premiers inférieurs ou égaux à 30. Ceux-ci sont utilisés pour la décomposition en produit de facteurs premiers. Cette décomposition est utilisée pour reconnaître et produire des fractions égales.	Les élèves déterminent la liste des nombres premiers inférieurs ou égaux à 100 et l'utilisent pour décomposer des nombres en facteurs premiers, reconnaître et produire des fractions égales, simplifier des fractions.	La notion de fraction irréductible est introduite. L'utilisation d'un tableur, d'un logiciel de programmation ou d'une calculatrice permet d'étendre la procédure de décomposition en facteurs premiers.

NOMBRES ET CALCULS (suite)		
Calcul littéral		
Expressions littérales		
Les expressions littérales sont introduites à travers des formules mettant en jeu des grandeurs ou traduisant des programmes de calcul. L'usage de la lettre permet d'exprimer un résultat général (par exemple qu'un entier naturel est pair ou impair) ou de démontrer une propriété générale (par exemple que la somme de trois entiers consécutifs est un multiple de 3). Les notations du calcul littéral (par exemple 2a pour a × 2 ou 2 × a, ab pour a × b) sont progressivement utilisées, en lien avec les propriétés de la multiplication. Les élèves substituent une valeur numérique à une lettre pour calculer la valeur d'une expression littérale.	Le travail sur les formules est poursuivi, parallèlement à la présentation de la notion d'identité (égalité vraie pour toute valeur des indéterminées). La notion de solution d'une équation est formalisée.	Le travail sur les expressions littérales est consolidé avec des transformations d'expressions, des programmes de calcul, des mises en équations, des fonctions…
Distributivité		
Tôt dans l'année, sans attendre la maîtrise des opérations sur des nombres relatifs, la propriété de distributivité simple est utilisée pour réduire une expression littérale de la forme $ax + bx$, où a et b sont des nombres décimaux. Le lien est fait avec des procédures de calcul numérique déjà rencontrées au cycle 3 (calculs du type 12 × 50 ; 37 × 99 ; 3 × 23 + 7 × 23).	La structure d'une expression littérale (somme ou produit) est étudiée. La propriété de distributivité simple est formalisée et est utilisée pour développer un produit, factoriser une somme, réduire une expression littérale.	La double distributivité est abordée. Le lien est fait avec la simple distributivité. Il est possible de démontrer l'identité $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$ en posant $k = a + b$ et en utilisant la simple distributivité.

NOMBRES ET CALCULS (suite)		
Équations		
Les élèves sont amenés à tester si une égalité où figure une lettre est vraie lorsqu'on lui attribue une valeur numérique. Les élèves testent des égalités par essais erreurs, à la main ou à l'aide d'une calculatrice ou d'un tableur, des valeurs numériques dans des expressions littérales, ce qui constitue une première approche de la notion de solution d'une équation, sans formalisation à ce stade.	Les notions d'inconnue et de solution d'une équation sont abordées. Elles permettent d'aborder la mise en équation d'un problème et la résolution algébrique d'une équation du premier degré. *Les équations sont travaillées tout au long de l'année par un choix progressif des coefficients de l'équation.*	La factorisation d'une expression du type $a^2 - b^2$ permet de résoudre des équations produits se ramenant au premier degré (notamment des équations du type $x^2 = a$ en lien avec la racine carrée). *Aucune virtuosité calculatoire n'est attendue dans les développements et les factorisations.*

ORGANISATION ET GESTION DE DONNÉES, FONCTIONS		
Statistiques		
Le traitement de données statistiques se prête à des calculs d'effectifs, de fréquences et de moyennes. Selon les situations, la représentation de données statistiques sous forme de tableaux, de diagrammes ou de graphiques est réalisée à la main ou à l'aide d'un tableur-grapheur. Les calculs et les représentations donnent lieu à des interprétations.	Un nouvel indicateur de position est introduit : la médiane. Le travail sur les représentations graphiques, le calcul, en particulier celui des effectifs et des fréquences, et l'interprétation des indicateurs de position est poursuivi.	Un indicateur de dispersion est introduit : l'étendue. Le travail sur les représentations graphiques, le calcul, en particulier celui des effectifs et des fréquences, et l'interprétation des indicateurs de position est consolidé. Un nouveau type de diagramme est introduit : les histogrammes pour des classes de même amplitude.
Probabilités		
Les élèves appréhendent le hasard à travers des expériences concrètes : pile ou face, dé, roue de loterie, urne… Le vocabulaire relatif aux probabilités (expérience aléatoire, issue, événement, probabilité) est utilisé. Le placement d'un événement sur une échelle de probabilités et la détermination de probabilités dans des situations très simples d'équiprobabilité contribuent à une familiarisation avec la modélisation mathématique du hasard. Pour exprimer une probabilité, on accepte des formulations du type « 2 chances sur 5 ».	Les calculs de probabilités concernent des situations simples, mais ne relevant pas nécessairement du modèle équiprobable. Le lien est fait entre les probabilités de deux événements contraires.	Le constat de la stabilisation des fréquences s'appuie sur la simulation d'expériences aléatoires à une épreuve à l'aide d'un tableur ou d'un logiciel de programmation. Les calculs de probabilités, à partir de dénombrements, s'appliquent à des contextes simples faisant prioritairement intervenir une seule épreuve. Dans des cas très simples, il est cependant possible d'introduire des expériences à deux épreuves. Les dénombrements s'appuient alors uniquement sur des tableaux à double entrée, la notion d'arbre ne figurant pas au programme. Les élèves simulent une expérience aléatoire à l'aide d'un tableur ou d'un logiciel de programmation.

ORGANISATION ET GESTION DE DONNÉES, FONCTIONS (suite)		
Proportionnalité		
Les élèves sont confrontés à des situations relevant ou non de la proportionnalité. Des procédures variées (linéarité, passage par l'unité, coefficient de proportionnalité), déjà étudiées au cycle 3, permettent de résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité.	Le calcul d'une quatrième proportionnelle est systématisé et les points de vue se diversifient avec l'utilisation de représentations graphiques, du calcul littéral et de problèmes de géométrie relevant de la proportionnalité (configuration de Thalès dans le cas des triangles emboîtés, agrandissement et réduction).	Le lien est fait entre taux d'évolution et coefficient multiplicateur, ainsi qu'entre la proportionnalité et les fonctions linéaires. Le champ des problèmes de géométrie relevant de la proportionnalité est élargi (homothéties, triangles semblables, configurations de Thalès).
Fonctions		
La dépendance de deux grandeurs est traduite par un tableau de valeurs ou une formule.	La dépendance de deux grandeurs est traduite par un tableau de valeurs, une formule, un graphique. Les représentations graphiques permettent de déterminer des images et des antécédents, qui sont interprétés en fonction du contexte. *La notation et le vocabulaire fonctionnels ne sont pas formalisés en 4e.*	Les notions de variable, de fonction, d'antécédent, d'image sont formalisées et les notations fonctionnelles sont utilisées. Un travail est mené sur le passage d'un mode de représentation d'une fonction (graphique, symbolique, tableau de valeurs) à un autre. Les fonctions affines et linéaires sont présentées par leurs expressions algébriques et leurs représentations graphiques. Les fonctions sont utilisées pour modéliser des phénomènes continus et résoudre des problèmes.

GRANDEURS ET MESURES		
Calculs sur des grandeurs mesurables		
La connaissance des formules donnant les aires du rectangle, du triangle et du disque, ainsi que le volume du pavé droit est entretenue à travers la résolution de problèmes. Elle est enrichie par celles de l'aire du parallélogramme, du volume du prisme et du cylindre. La correspondance entre unités de volume et de contenance est faite. Les calculs portent aussi sur des durées et des horaires, en prenant appui sur des contextes issus d'autres disciplines ou de la vie quotidienne. Les élèves sont sensibilisés au contrôle de la cohérence des résultats du point de vue des unités.	Le lexique des formules s'étend au volume des pyramides et du cône. Le lien est fait entre le volume d'une pyramide (respectivement d'un cône) et celui du prisme droit (respectivement du cylindre) construit sur sa base et ayant même hauteur. Des grandeurs produits (par exemple trafic, énergie) et des grandeurs quotients (par exemple vitesse, débit, concentration, masse volumique) sont introduites à travers la résolution de problèmes. Les conversions d'unités sont travaillées. Les élèves sont sensibilisés au contrôle de la cohérence des résultats du point de vue des unités des grandeurs composées.	La formule donnant le volume d'une boule est utilisée. Le travail sur les grandeurs mesurables et les unités est poursuivi. Il est possible de réinvestir le calcul avec les puissances de 10 pour les conversions d'unités. Par exemple, à partir de : $1\ m = 10^2\ cm$, il vient $1\ m^3 = (1\ m)^3 = (10^2\ cm)^3 = 10^6\ cm^3$ ou, à partir de : $1\ dm = 10^{-1}\ m$, il vient $1\ dm^3 = (10^{-1}\ m)^3 = 10^{-3}\ m^3$.
Effet des transformations sur des grandeurs géométriques		
Les élèves connaissent et utilisent l'effet des symétries axiale et centrale sur les longueurs, les aires, les angles.	Les élèves connaissent et utilisent l'effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur les longueurs, les aires et les volumes. Ils le travaillent en lien avec la proportionnalité.	Les élèves connaissent et utilisent l'effet des transformations au programme (symétries, translations, rotations, homothéties) sur les longueurs, les angles, les aires et les volumes. Le lien est fait entre la proportionnalité et certaines configurations ou transformations géométriques (triangles semblables, homothéties).

ESPACE ET GÉOMÉTRIE		
Représenter l'espace		
Le repérage se fait sur une droite graduée ou dans le plan muni d'un repère orthogonal. Dans la continuité de ce qui a été travaillé au cycle 3, la reconnaissance de solides (pavé droit, cube, cylindre, pyramide, cône, boule) s'effectue à partir d'un objet réel, d'une image, d'une représentation en perspective cavalière ou sur un logiciel de géométrie dynamique. Les élèves construisent et mettent en relation une représentation en perspective cavalière et un patron d'un pavé droit ou d'un cylindre.	Le repérage se fait dans un pavé droit (abscisse, ordonnée, altitude). Les élèves produisent et mettent en relation une représentation en perspective cavalière et un patron d'une pyramide ou d'un cône.	Le repérage s'étend à la sphère (latitude, longitude). Un logiciel de géométrie est utilisé pour visualiser des solides et leurs sections planes. Les élèves produisent et mettent en relation différentes représentations des solides étudiés (patrons, représentation en perspective cavalière, vues de face, de dessus, en coupe).

ESPACE ET GÉOMÉTRIE (suite)		
Géométrie plane		
Figures et configurations		
La caractérisation angulaire du parallélisme (angles alternes-internes et angles correspondants) est énoncée. La valeur de la somme des angles d'un triangle peut être démontrée et est utilisée. L'inégalité triangulaire est énoncée. Le lien est fait entre l'inégalité triangulaire et la construction d'un triangle à partir de la donnée de trois longueurs. Des constructions de triangles à partir de la mesure d'une longueur et de deux angles ou d'un angle et de deux longueurs sont proposées. Le parallélogramme est défini à partir de l'une de ses propriétés : parallélisme des couples de côtés opposés ou intersection des diagonales. L'autre propriété est démontrée et devient une propriété caractéristique. Il est alors montré que les côtés opposés d'un parallélogramme sont deux à deux de même longueur grâce aux propriétés de la symétrie. Les propriétés relatives aux côtés et aux diagonales d'un parallélogramme sont mises en œuvre pour effectuer des constructions et mener des raisonnements. Les élèves consolident le travail sur les codages de figures : interprétation d'une figure codée ou réalisation d'un codage. Les élèves découvrent de nouvelles droites remarquables du triangle : les hauteurs. Ils poursuivent le travail engagé au cycle 3 sur la médiatrice dans le cadre de résolution de problèmes. Ils peuvent par exemple être amenés à démontrer que les médiatrices d'un triangle sont concourantes.	Les cas d'égalité des triangles sont présentés et utilisés pour résoudre des problèmes. Le lien est fait avec la construction d'un triangle de mesures données (trois longueurs, une longueur et deux angles, deux longueurs et un angle). Le théorème de Thalès et sa réciproque dans la configuration des triangles emboîtés sont énoncés et utilisés, ainsi que le théorème de Pythagore (plusieurs démonstrations possibles) et sa réciproque. La définition du cosinus d'un angle d'un triangle rectangle découle, grâce au théorème de Thalès, de l'indépendance du rapport des longueurs le définissant. *Une progressivité dans l'apprentissage de la recherche de preuve est aménagée, de manière à encourager les élèves dans l'exercice de la démonstration. Aucun formalisme excessif n'est exigé dans la rédaction.*	Une définition et une caractérisation des triangles semblables sont données. Le théorème de Thalès et sa réciproque dans la configuration du papillon sont énoncés et utilisés (démonstration possible, utilisant une symétrie centrale pour se ramener à la configuration étudiée en quatrième). Les lignes trigonométriques (cosinus, sinus, tangente) dans le triangle rectangle sont utilisées pour calculer des longueurs ou des angles. Deux triangles semblables peuvent être définis par la proportionnalité des mesures de leurs côtés. Une caractérisation angulaire de cette définition peut être donnée et démontrée à partir d'un cas d'égalité des triangles et d'une caractérisation angulaire du parallélisme.

ESPACE ET GÉOMÉTRIE (suite)		
Transformations		
Les élèves transforment (à la main ou à l'aide d'un logiciel) une figure par symétrie centrale. Cela permet de découvrir les propriétés de la symétrie centrale (conservation de l'alignement, du parallélisme, des longueurs, des angles) qui sont ensuite admises et utilisées. Le lien est fait entre la symétrie centrale et le parallélogramme. Les élèves identifient des symétries axiales ou centrales dans des frises, des pavages, des rosaces.	Les élèves sont amenés à transformer (à la main ou à l'aide d'un logiciel) une figure par translation. Ils identifient des translations dans des frises ou des pavages ; le lien est alors fait entre translation et parallélogramme. *La définition ponctuelle d'une translation ne figure pas au programme. Toutefois, par commodité, la translation transformant le point A en le point B pourra être nommée « translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ », mais aucune connaissance n'est attendue sur l'objet « vecteur ».*	Les élèves transforment (à la main ou à l'aide d'un logiciel) une figure par rotation et par homothétie (de rapport positif ou négatif). Le lien est fait entre angle et rotation, entre le théorème de Thalès et les homothéties. Les élèves identifient des transformations dans des frises, des pavages, des rosaces. *Les définitions ponctuelles d'une translation, d'une rotation et d'une homothétie ne figurent pas au programme.* *Pour faire le lien entre les transformations et les configurations du programme, il est possible d'identifier (à la main ou à l'aide d'un logiciel de géométrie) l'effet, sur un triangle donné, de l'enchaînement d'une translation, d'une rotation et d'une homothétie, voire d'une symétrie axiale et réciproquement, pour deux triangles semblables donnés, chercher des transformations transformant l'un en l'autre.*

<table>
<tr><th colspan="3">ALGORITHMIQUE ET PROGRAMMATION</th></tr>
<tr><th colspan="3">Écrire, mettre au point, exécuter un programme</th></tr>
<tr><td colspan="3">Les repères qui suivent indiquent une progressivité dans le niveau de complexité des activités relevant de ce thème. Certains élèves sont capables de réaliser des activités de troisième niveau dès le début du cycle.</td></tr>
<tr><th>1er niveau</th><th>2e niveau</th><th>3e niveau</th></tr>
<tr><td>À un premier niveau, les élèves mettent en ordre et/ou complètent des blocs Scratch fournis par le professeur pour construire un programme simple. L’utilisation progressive des instructions conditionnelles et/ou de la boucle « répéter … fois ») permet d’écrire des scripts de déplacement, de construction géométrique ou de programme de calcul.</td><td>À un deuxième niveau, les connaissances et les compétences en algorithmique et en programmation s’élargissent par :
- l’écriture d’une séquence d’instructions (boucle « si … alors » et boucle « répéter … fois ») ;
- l’écriture de programmes déclenchés par des événements extérieurs ;
- l’intégration d’une variable dans un programme de déplacement, de construction géométrique, de calcul ou de simulation d’une expérience aléatoire.</td><td>À un troisième niveau, l’utilisation simultanée de boucles « répéter … fois », et « répéter jusqu’à … » et d’instructions conditionnelles permet de réaliser des figures, des calculs et des déplacements plus complexes. L’écriture de plusieurs scripts fonctionnant en parallèle permet de gérer les interactions et de créer des jeux.
La décomposition d’un problème en sous-problèmes et la traduction d’un sous-problème par la création d’un bloc-utilisateur contribuent au développement des compétences visées.</td></tr>
</table>

ATTENDUS DE FIN D'ANNÉE

NOMBRES ET CALCULS

• Ce que sait faire l'élève ♦ Type d'exercice ▪ Exemple d'énoncé *Indication générale*

Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes

Ce que sait faire l'élève

Nombres

- Il utilise les puissances de 10 d'exposants positifs ou négatifs.
- Il associe, dans le cas des nombres décimaux, écriture décimale, écriture fractionnaire et notation scientifique.
- Il utilise les préfixes de nano à giga.
- Il utilise les carrés parfaits de 1 à 144.
- Il connaît la définition de la racine carrée d'un nombre positif.
- Il utilise les puissances d'exposants strictement positifs d'un nombre pour simplifier l'écriture des produits.

Exemples de réussite

Nombres

♦ Il établit des correspondances du type : $10^4 = 10\,000$ et $10^{-3} = \frac{1}{1000} = 0{,}001$.

♦ Il établit des correspondances du type : $3\,900\,000\,000 = 3{,}9 \times 10^9$ et $\frac{783}{1000000} = 0{,}000783 = 7{,}83 \times 10^{-4}$.

♦ Il établit des correspondances du type : 3 microlitres = 3×10^{-6} litre ou 7 mégamètres = 7×10^6 mètres.

♦ Il connaît les égalités du type : $11^2 = 121$ et $\sqrt{81} = 9$.

▪ Complète l'égalité suivante : $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^{\cdots}$.

Ce que sait faire l'élève

Comparaison de nombres

- Il utilise des puissances de 10 pour comparer des nombres.
- Il compare, range et encadre des nombres rationnels (positifs ou négatifs).
- Il encadre la racine carrée d'un nombre positif entre deux entiers.
- Il associe à des objets des ordres de grandeur en lien avec d'autres disciplines.

Exemples de réussite

Comparaison de nombres

♦ Il compare des très grands ou très petits nombres positifs en utilisant l'écriture scientifique.

▪ Complète par >, < ou = : $\frac{5}{18}$ ….. $\frac{7}{12}$; $\frac{5}{12}$ ….. $\frac{4}{3}$; -3 ….. $-\frac{22}{7}$.

▪ Encadre $\sqrt{7}$ entre deux entiers consécutifs sans en chercher une valeur approchée.

♦ Il résout des problèmes faisant intervenir la taille d'un atome, d'une bactérie, d'une alvéole pulmonaire, la distance Terre-Lune, la longueur d'une piscine olympique…

Ce que sait faire l'élève

Pratiquer le calcul exact ou approché, mental, à la main ou instrumenté

- Il effectue avec des nombres décimaux relatifs, des produits et des quotients.
- Il calcule avec les nombres rationnels : addition, soustraction, multiplication, division.
- Il utilise l'inverse pour calculer.
- Il résout des problèmes avec des nombres rationnels.
- Il utilise la calculatrice pour déterminer une valeur approchée de la racine carrée d'un nombre positif.
- Il utilise la racine carrée d'un nombre positif en lien avec des situations géométriques (théorème de Pythagore ; agrandissement, réduction et aires).
- Il utilise les ordres de grandeur pour vérifier ses résultats.

Exemples de réussite

Pratiquer le calcul exact ou approché, mental, à la main ou instrumenté

- ♦ Il calcule mentalement :
  -7 × 3 ; -2,5 × (-4) ; 2,4 × (-0,5) ; -12,8 : 2 ; -63 : (-0,7) ; 7,2 : (-5) .
- ♦ Il détermine le signe de (-6,7) × 7 × (-1,24) × (-0,7) et $\frac{11{,}4\times(-3{,}5)}{-(5{,}6 \times 123)}$, il vérifie le signe et effectue le calcul en utilisant une calculatrice.
- ▪ Calcule mentalement : $\frac{5}{2}\times\frac{-7}{3}$; $-7\times\frac{8}{5}$; $-\frac{3}{7}\times\frac{14}{-5}$; $\frac{5}{9}:\frac{1}{2}$.
- ▪ Calcule à la main : $\frac{5}{3}-6\times\frac{1}{5}$; $\frac{7}{6}-(\frac{-1}{2}+\frac{1}{3})$; $\frac{-7}{4}+\frac{1}{9}:4$.
- ♦ Il vérifie ses résultats à l'aide de la calculatrice.
- ♦ À l'aide de sa calculatrice, il détermine que 2,65 est une valeur approchée au centième près de $\sqrt{7}$.
- ♦ Il détermine la valeur exacte et une valeur approchée du périmètre d'un carré d'aire 15 cm².
- ♦ Il estime mentalement que l'aire d'un disque de rayon 2 cm est proche de 12 cm².

Comprendre et utiliser les notions de divisibilité et de nombres premiers

Ce que sait faire l'élève

- Il détermine la liste des nombres premiers inférieurs à 100.
- Il décompose un nombre entier en produit de facteurs premiers.
- Il utilise les nombres premiers inférieurs à 100 pour :
  - reconnaître et produire des fractions égales ;
  - simplifier des fractions.
- Il modélise et résout des problèmes simples mettant en jeu les notions de divisibilité et de nombre premier.

Exemples de réussite

- ▪ Énumère tous les nombres premiers compris entre 50 et 70.
- ♦ Il décompose 780 en produit de facteurs premiers.
- ♦ Il reconnaît les fractions égales parmi les suivantes sans utiliser de calculatrice :
  $\frac{14}{49}$; $\frac{22}{55}$; $\frac{34}{85}$; $\frac{62}{155}$.

- Il simplifie $\frac{140}{135}$.
- Un fleuriste doit réaliser des bouquets tous identiques. Il dispose pour cela de 434 roses et 620 tulipes.
  Quelles sont toutes les compositions de bouquets possibles ?

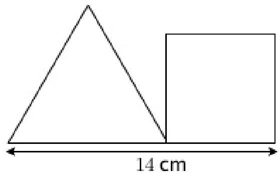
Utiliser le calcul littéral

Ce que sait faire l'élève

- Il identifie la structure d'une expression littérale (somme, produit).
- Il utilise la propriété de distributivité simple pour développer un produit, factoriser une somme ou réduire une expression littérale.
- Il démontre l'équivalence de deux programmes de calcul.
- Il introduit une lettre pour désigner une valeur inconnue et met un problème en équation.
- Il teste si un nombre est solution d'une équation.
- Il résout algébriquement une équation du premier degré.

Exemples de réussite

- Il identifie $3x + 12$ comme une somme et $3(x + 4)$ comme un produit.
- Il développe et réduit les expressions suivantes : $3(4x - 2)$; $3x(4 + 8x)$; $17x + 4x(5 - x)$; $6(3 - 1{,}5x) - 9x$.
- Il factorise les expressions suivantes : $12x - 30$; $15x^2 + 18x$; $27x^2 + 3$.
- Compare les programmes de calcul suivants :
  - choisir un nombre, le tripler puis ajouter 15 au résultat ;
  - choisir un nombre, lui ajouter 5 puis multiplier le résultat par 3.
- Il met en équation le problème suivant :
  On juxtapose un triangle équilatéral et un carré comme shématisé ci-contre.
  Est-il possible que le triangle et le carré aient le même périmètre ?



- 4 est-il solution des équations suivantes ?
  $3x + 2 = 8$; $5x - 6 = 3x + 2$; $x^2 - 9 = 3x - 5$; $\frac{x-1}{12} = \frac{1}{4}$.
- Il résout les équations du type :
  $4x + 2 = 0$; $5x - 7 = 3$; $2x + 5 = -x - 4$.

ORGANISATION ET GESTION DE DONNÉES, FONCTIONS

• Ce que sait faire l'élève ♦ Type d'exercice ▪ Exemple d'énoncé *Indication générale*

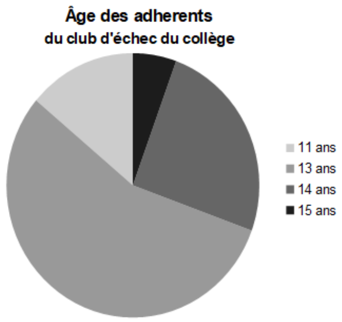
Interpréter, représenter et traiter des données

Ce que sait faire l'élève

- Il lit, interprète et représente des données sous forme de diagrammes circulaires.
- Il calcule et interprète la médiane d'une série de données de petit effectif total.

Exemples de réussite

♦ Il lit et interprète des données sous la forme :



▪ Construis un diagramme circulaire à partir du tableau suivant :

Âge des adhérents du club d'échecs du collège

Âges	11	13	14	15
Effectifs	5	20	9	2

L'exercice pourra être fait sur papier ou à l'aide d'un tableur-grapheur.

♦ Il détermine et interprète la médiane de séries dont l'effectif total (pair ou impair) est inférieur ou égal à 30, présentées sous forme de données brutes, d'un tableau ou d'un diagramme en bâtons.

Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilités

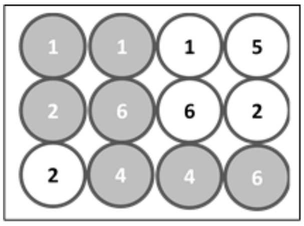
Ce que sait faire l'élève

- Il utilise le vocabulaire des probabilités : expérience aléatoire, issues, événement, probabilité, événement certain, événement impossible, événement contraire.
- Il reconnaît des événements contraires et s'en sert pour calculer des probabilités.
- Il calcule des probabilités.
- Il sait que la probabilité d'un événement est un nombre compris entre 0 et 1.
- Il exprime des probabilités sous diverses formes.

Exemples de réussite

▪ On considère une urne contenant des boules blanches ou grises, et numérotées :

- Si on s'intéresse à la couleur de la boule, quelles sont les issues possibles ?
- Si on s'intéresse au numéro écrit sur la boule, quelles sont les issues possibles ?
- Donne un événement certain de se réaliser.
- Donne un événement impossible.



- Sachant que la probabilité de gagner à un jeu est égale 0,4 calcule la probabilité de perdre.
- Il calcule des probabilités dans des cas d'équiprobabilité comme les osselets (à partir d'informations admises sur les probabilités de chaque face), des cibles (par calcul d'aires)…
- Une urne contient 1 boule rouge et 4 boules oranges. Combien y a-t-il de chances de tirer une boule orange ? À quelle probabilité cela correspond-il ?

  Les 4 chances sur 5 de tirer une boule orange correspondent à une probabilité égale à $\frac{4}{5}$ *ou 0,8.*

  Il peut également verbaliser qu'il y a 80 % de chances de tirer la boule orange.

Résoudre des problèmes de proportionnalité

Ce que sait faire l'élève

- Il reconnaît sur un graphique une situation de proportionnalité ou de non proportionnalité.
- Il calcule une quatrième proportionnelle par la procédure de son choix.
- Il utilise une formule liant deux grandeurs dans une situation de proportionnalité.
- Il résout des problèmes en utilisant la proportionnalité dans le cadre de la géométrie.

Exemples de réussite

- À partir d'un graphique, il traduit l'alignement des points avec l'origine par une situation de proportionnalité.
- Lors d'activités rituelles tout au long de l'année, il calcule une quatrième proportionnelle par différentes procédures (un pourcentage, une échelle…).
- Sachant que huit briques de masse identique pèsent 13,6 kg, calcule la masse de six de ces briques.
  Il pourra le faire en utilisant la procédure de son choix :
  - *en calculant la masse d'une brique, puis en la multipliant par 6 ;*
  - *à l'aide d'un tableau en calculant le coefficient de proportionnalité ;*
  - *en calculant la somme de la masse de deux briques et de la masse de quatre briques, ou la différence de la masse de huit briques et de la masse de deux briques ;*
  - *en calculant directement : 6 × 13,6 : 8 ;*
  - *toute autre procédure juste.*
- Il utilise des formules telles que la loi d'Ohm, la longueur d'un cercle en fonction du diamètre, la longueur parcourue à vitesse constante en fonction du temps ou la longueur d'un arc de cercle en fonction de la mesure de l'angle au centre pour calculer des grandeurs.
- Dans le cadre d'un agrandissement-réduction ou dans une configuration de Thalès, il sait calculer une longueur manquante en utilisant la proportionnalité.

Comprendre et utiliser la notion de fonction

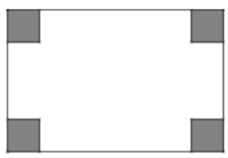
Ce que sait faire l'élève

- Il produit une formule littérale représentant la dépendance de deux grandeurs.
- Il représente la dépendance de deux grandeurs par un graphique.
- Il utilise un graphique représentant la dépendance de deux grandeurs pour lire et interpréter différentes valeurs sur l'axe des abscisses ou l'axe des ordonnées.

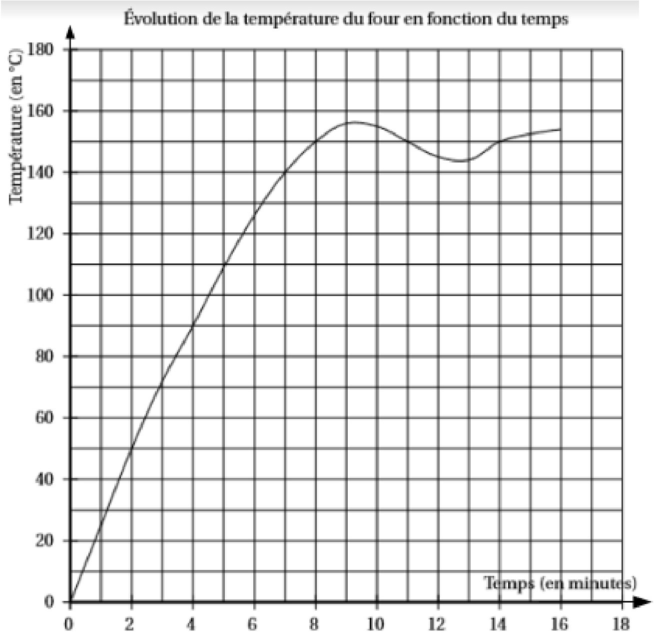
Exemples de réussite

- On enlève quatre carrés superposables aux quatre coins d'un rectangle de 20 cm de longueur et 13 cm de largeur.
  On s'intéresse à l'aire de la figure restante (en blanc).

  En prenant comme variable le côté d'un carré, exprime l'aire de la figure restante.



- Il sait construire la représentation graphique de l'aire blanche en fonction de la longueur du côté des carrés.
- Le graphique ci-dessous représente la température d'un four en fonction du temps.



Déterminer :
- la température du four au bout de 7 min ;
- le temps au bout duquel il atteint 110 °C.

GRANDEURS ET MESURES

• Ce que sait faire l'élève ♦ Type d'exercice ▪ Exemple d'énoncé *Indication générale*

Calculer avec des grandeurs mesurables ; exprimer les résultats dans les unités adaptées

Ce que sait faire l'élève

- Il calcule le volume d'une pyramide, d'un cône.
- Il effectue des conversions d'unités sur des grandeurs composées.

Exemples de réussite

- ♦ Il connaît les formules du volume d'une pyramide et d'un cône et sait les utiliser.
- ♦ Il sait convertir des m^3/s en L/min et inversement (pour des débits) ; il sait convertir des km/h en m/s et inversement (pour des vitesses).

Comprendre l'effet de quelques transformations sur les figures géométriques

Ce que sait faire l'élève

- Il utilise un rapport d'agrandissement ou de réduction pour calculer, des longueurs, des aires, des volumes.
- Il construit un agrandissement ou une réduction d'une figure donnée.
- Il comprend l'effet d'une translation : conservation du parallélisme, des longueurs, des aires et des angles.

Exemples de réussite

- ♦ Il calcule la longueur d'une arête, l'aire d'une face et le volume de l'agrandissement ou de la réduction d'un solide du programme avec une échelle donnée.
- ▪ Un pavé droit a les dimensions suivantes : L = 12 cm, l = 6 cm, h = 4 cm.
  - Donne les aires de chacune de ses faces, puis le volume du solide considéré.
  - On décide de réduire au tiers toutes les dimensions du pavé droit. Calcule alors les aires de chacun des surfaces, puis le volume du nouveau pavé droit.
- ♦ Il détermine des longueurs, des aires et des mesures d'angles en utilisant les propriétés de conservation de la translation.
- ♦ Il démontre que deux droites sont parallèles en utilisant la conservation du parallélisme dans une translation.

ESPACE ET GÉOMÉTRIE			
• Ce que sait faire l'élève	♦ Type d'exercice	▪ Exemple d'énoncé	*Indication générale*

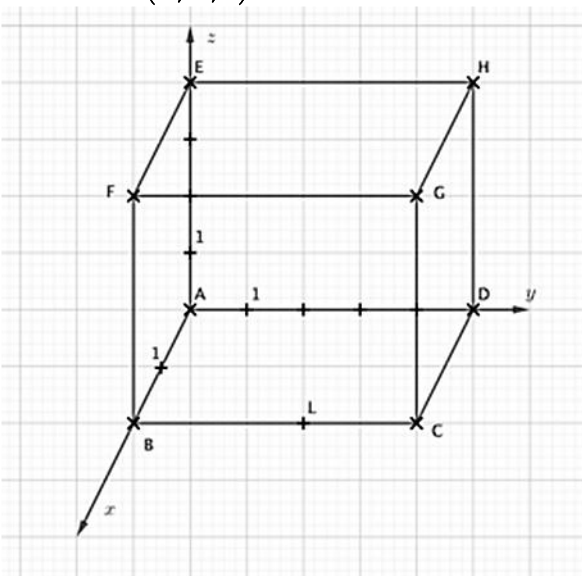
Représenter l'espace

Ce que sait faire l'élève

- Il utilise le vocabulaire du repérage : abscisse, ordonnée, altitude.
- Il se repère dans un pavé droit.
- Il construit et met en relation une représentation en perspective cavalière et un patron d'une pyramide, d'un cône de révolution.

Exemples de réussite

- ♦ Dans un repère de l'espace, il lit les coordonnées d'un point et place un point de coordonnées données.
- ▪ Dans la figure ci-dessous, quelles sont les coordonnées des points A, H et L ?
  Place le point de coordonnées (2 ; 3 ; 4).



- ♦ Il représente un cône en perspective cavalière.
- ♦ Il réalise le patron d'une pyramide.

Utiliser les notions de géométrie plane pour démontrer

Ce que sait faire l'élève

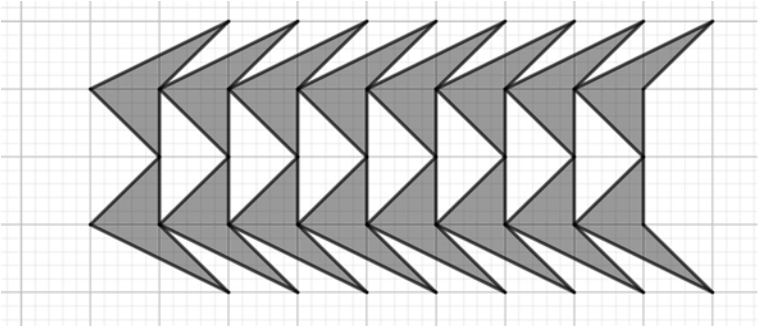
- À partir des connaissances suivantes :
  - les cas d'égalité des triangles ;
  - le théorème de Thalès et sa réciproque dans la configuration des triangles emboîtés ;
  - le théorème de Pythagore et sa réciproque ;
  - le cosinus d'un angle d'un triangle rectangle ;
  - effet d'une translation : conservation du parallélisme, des longueurs, des aires et des angles,

  il met en œuvre et écrit un protocole de construction de figures.
- Il transforme une figure par translation.
- Il identifie des translations dans des frises et des pavages.

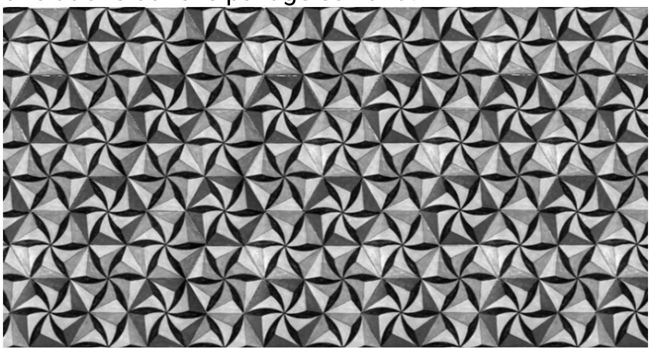
- Il mobilise les connaissances des figures, des configurations et de la translation pour déterminer des grandeurs géométriques.
- Il mène des raisonnements en utilisant des propriétés des figures, des configurations et de la translation.

Exemples de réussite

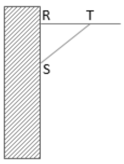
- Il construit à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique la figure suivante en utilisant des translations.



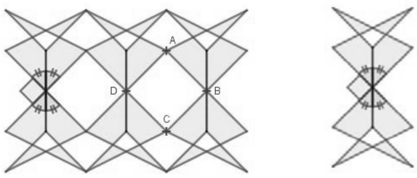
- Il identifie des translations dans le pavage suivant :



- Il sait calculer une longueur d'un côté d'un triangle rectangle à partir de la connaissance des longueurs des deux autres côtés.
- Dans un triangle rectangle, il utilise le cosinus pour déterminer la mesure d'un angle.
- Un constructeur d'échelle recommande un angle entre le sol et l'échelle compris entre 65° et 75° pour assurer la sécurité physique de la personne l'utilisant. On pose contre un mur vertical (et perpendiculaire au sol) une échelle de 13 m de long et dont les pieds sont situés à 5 m de la base du mur. Quelle hauteur peut-on atteindre ? L'échelle, ainsi posée, respecte-t-elle la recommandation du constructeur ?
  L'échelle permettra d'atteindre une hauteur de 12 m d'après le théorème de Pythagore et un calcul, à l'aide du cosinus, permet d'obtenir un angle d'environ 67°.
- Il démontre qu'un triangle est un triangle rectangle à partir de la connaissance des longueurs de ses côtés.
- Alan a posé une étagère sur un mur vertical. On sait que RS = 42 cm, TR = 40 cm et ST = 58 cm. L'étagère est-elle horizontale ? (Justifie ta réponse.)



- Il démontre le parallélisme de deux droites en s'appuyant sur des rapports de longueurs.
- Il détermine la nature du quadrilatère ABCD sur la figure c, construite à l'aide de translations à partir du motif de droite :



ALGORITHMIQUE ET PROGRAMMATION

• Ce que sait faire l'élève ♦ Type d'exercice ▪ Exemple d'énoncé *Indication générale*

Les niveaux 1 et 2 sont attendus en fin de 4e ; il est possible que certains élèves aillent au-delà.

Écrire, mettre au point, exécuter un programme

Ce que sait faire l'élève

Niveau 1

- Il réalise des activités d'algorithmique débranchée.
- Il met en ordre et/ou complète des blocs fournis par le professeur pour construire un programme simple sur un logiciel de programmation.
- Il écrit un script de déplacement ou de construction géométrique utilisant des instructions conditionnelles et/ou la boucle « Répéter … fois ».

Niveau 2

- Il gère le déclenchement d'un script en réponse à un événement.
- Il écrit une séquence d'instructions (boucle « si … alors » et boucle « répéter … fois »).
- Il intègre une variable dans un programme de déplacement, de construction géométrique ou de calcul.

Niveau 3

- Il décompose un problème en sous-problèmes et traduit un sous-problème en créant un « bloc-personnalisé ».
- Il construit une figure en créant un motif et en le reproduisant à l'aide d'une boucle.
- Il utilise simultanément les boucles « Répéter … fois », et « Répéter jusqu'à … » ainsi que les instructions conditionnelles pour réaliser des figures, des programmes de calculs, des déplacements, des simulations d'expérience aléatoire.
- Il écrit plusieurs scripts fonctionnant en parallèle pour gérer des interactions et créer des jeux.

Exemples de réussite

Niveau 1

♦ Il comprend ce que font des assemblages simples de blocs de programmation, par exemple au travers de questions flash.

♦ Il retrouve parmi des programmes donnés celui qui permet d'obtenir une figure donnée, et inversement.

♦ Sans utiliser de langage informatique formalisé, il écrit un algorithme pour décrire un déplacement ou un calcul.

♦ Il décrit ce que fait un assemblage simple de blocs de programmation.

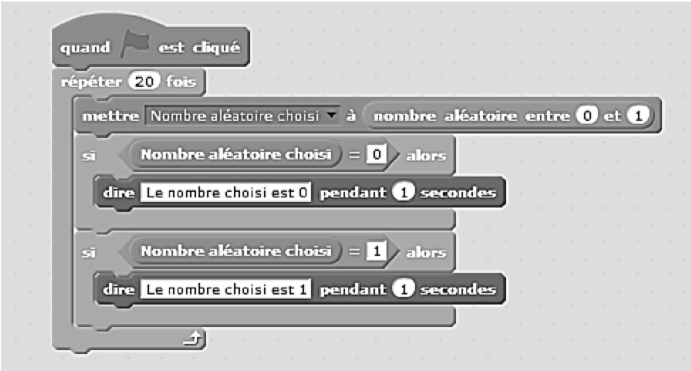
♦ Il ordonne des blocs en fonction d'une consigne donnée.

♦ Assemble correctement les blocs ci-contre pour permettre au lutin de tracer un carré de longueur 100 pixels :

- Il produit seul un programme de construction d'un triangle équilatéral, d'un carré ou d'un rectangle en utilisant la boucle :

Niveau 2

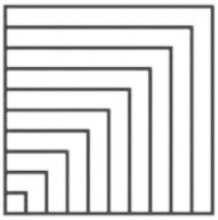
- Il gère l'interaction entre deux lutins, par exemple en faisant dire une phrase à l'un lorsque l'autre le touche.
- Il produit des scripts du type :



- Il produit seul un programme de construction d'un triangle équilatéral, d'un carré, d'un rectangle ou d'un parallélogramme dans lequel l'utilisateur saisi la mesure de la longueur d'au moins un côté.

Niveau 3

- Il reproduit une frise donnée reproduisant un motif grâce à un bloc personnalisé.
- Il produit un programme réalisant une figure du type :



- Il utilise un logiciel de programmation pour réaliser la simulation d'une expérience aléatoire, par exemple : « Programmer un lutin pour qu'il énonce 100 nombres aléatoires « 0 » ou « 1 » et qu'il compte le nombre de « 0 » et de « 1 » obtenus. »
- Il programme un jeu avec un logiciel de programmation par blocs utilisant au moins 2 lutins avec des scripts en parallèle. Il mobilise des capacités acquises précédemment dans les niveaux 1, 2 et 3.