chapitre 15 Fonctions (1/3) : Généralités

20 janvier 2013

1) Notion de fonction
Point de vue général

Exemples :

- la fonction m : professeur $\longmapsto$ <u>m</u>atière

1) Notion de fonction
Point de vue général

Exemples :

- la fonction m : professeur $\longmapsto$ <u>m</u>atière
- la fonction M : élève $\longmapsto$ <u>M</u>oyenne générale

Exemples :

- la fonction m : professeur $\longmapsto$ <u>m</u>atière
- la fonction M : élève $\longmapsto$ <u>M</u>oyenne générale
- la fonction n : élève $\longmapsto$ <u>n</u>ombre de lettres de son prénom

1) Notion de fonction
a)Définition

"définition" : Une **fonction (numérique)** est un procédé qui permet , à partir d'un nombre de départ, d'obtenir un unique nombre d'arrivée.
On note

$$f : x \longmapsto f(x)$$

pour dire que f est la fonction qui, au nombre x, fait correspondre le nombre $f(x)$

Exemples :

- $f : x \longmapsto 2x$ est la fonction qui

1) Notion de fonction
a)Définition

Exemples :

- $f : x \longmapsto 2x$ est la fonction qui, à tout nombre, associe son double.

1) Notion de fonction
a)Définition

Exemples :

- $f : x \longmapsto 2x$ est la fonction qui, à tout nombre, associe son double.
  $f(x) =$

Exemples :

- $f : x \longmapsto 2x$ est la fonction qui, à tout nombre, associe son double.
  $f(x) = 2x$;

1) Notion de fonction
a)Définition

Exemples :

- $f : x \longmapsto 2x$ est la fonction qui, à tout nombre, associe son double.
  $f(x) = 2x$; $f(4) =$

1) Notion de fonction
a)Définition

Exemples :

- $f : x \longmapsto 2x$ est la fonction qui, à tout nombre, associe son double.
  $f(x) = 2x$; $f(4) = 8$;

Exemples :

- $f : x \longmapsto 2x$ est la fonction qui, à tout nombre, associe son double.
  $f(x) = 2x$; $f(4) = 8$; $f(-3) =$

1) Notion de fonction
a)Définition

Exemples :

- $f : x \longmapsto 2x$ est la fonction qui, à tout nombre, associe son double.
  $f(x) = 2x$; $f(4) = 8$; $f(-3) = -6$; ...

Exemples :

- $f : x \longmapsto 2x$ est la fonction qui, à tout nombre, associe son double.
  $f(x) = 2x$; $f(4) = 8$; $f(-3) = -6$; ...
- $g : x \longmapsto x^2$ est la fonction qui

1) Notion de fonction
a)Définition

Exemples :

- $f : x \longmapsto 2x$ est la fonction qui, à tout nombre, associe son double.
  $f(x) = 2x$; $f(4) = 8$; $f(-3) = -6$; ...
- $g : x \longmapsto x^2$ est la fonction qui, à tout nombre, associe son carré.

1) Notion de fonction
a)Définition

Exemples :

- $f : x \longmapsto 2x$ est la fonction qui, à tout nombre, associe son double.
  $f(x) = 2x$; $f(4) = 8$; $f(-3) = -6$; ...
- $g : x \longmapsto x^2$ est la fonction qui, à tout nombre, associe son carré.
  $g(x) =$

Exemples :

- $f : x \longmapsto 2x$ est la fonction qui, à tout nombre, associe son double.
  $f(x) = 2x$; $f(4) = 8$; $f(-3) = -6$; ...
- $g : x \longmapsto x^2$ est la fonction qui, à tout nombre, associe son carré.
  $g(x) = x^2$;

Exemples :

- $f : x \longmapsto 2x$ est la fonction qui, à tout nombre, associe son double.
  $f(x) = 2x$; $f(4) = 8$; $f(-3) = -6$; ...
- $g : x \longmapsto x^2$ est la fonction qui, à tout nombre, associe son carré.
  $g(x) = x^2$; $g(4) =$

Exemples :

- $f : x \longmapsto 2x$ est la fonction qui, à tout nombre, associe son double.
  $f(x) = 2x$; $f(4) = 8$; $f(-3) = -6$; ...
- $g : x \longmapsto x^2$ est la fonction qui, à tout nombre, associe son carré.
  $g(x) = x^2$; $g(4) = 16$;

Exemples :

- $f : x \longmapsto 2x$ est la fonction qui, à tout nombre, associe son double.
  $f(x) = 2x$; $f(4) = 8$; $f(-3) = -6$; ...
- $g : x \longmapsto x^2$ est la fonction qui, à tout nombre, associe son carré.
  $g(x) = x^2$; $g(4) = 16$; $g(-2) =$

1) Notion de fonction
a)Définition

Exemples :

- $f : x \longmapsto 2x$ est la fonction qui, à tout nombre, associe son double.
  $f(x) = 2x$; $f(4) = 8$; $f(-3) = -6$; ...
- $g : x \longmapsto x^2$ est la fonction qui, à tout nombre, associe son carré.
  $g(x) = x^2$; $g(4) = 16$; $g(-2) = 4$; ...

Exemples :

- $f : x \longmapsto 2x$ est la fonction qui, à tout nombre, associe son double.
  $f(x) = 2x$; $f(4) = 8$; $f(-3) = -6$; ...
- $g : x \longmapsto x^2$ est la fonction qui, à tout nombre, associe son carré.
  $g(x) = x^2$; $g(4) = 16$; $g(-2) = 4$; ...
- $h : r \longmapsto 2\pi r$ est la fonction qui

1) Notion de fonction
a)Définition

Exemples :

- $f : x \longmapsto 2x$ est la fonction qui, à tout nombre, associe son double.
  $f(x) = 2x$; $f(4) = 8$; $f(-3) = -6$; ...
- $g : x \longmapsto x^2$ est la fonction qui, à tout nombre, associe son carré.
  $g(x) = x^2$; $g(4) = 16$; $g(-2) = 4$; ...
- $h : r \longmapsto 2\pi r$ est la fonction qui donne le périmètre d'un cercle de rayon r (lorsque r est positif)

Lorsque l'on écrit $f : x \longmapsto f(x)$, on dit que :

- $f(x)$ est l'**image** de x par la fonction f
- x est un **antécédent** de $f(x)$

Exemples :

$f : x \longmapsto 2x+3$; $g : x \longmapsto x^2$; $h : x \longmapsto \sqrt{x}$

Exemples :

$f : x \longmapsto 2x+3$; $g : x \longmapsto x^2$; $h : x \longmapsto \sqrt{x}$

- L'image de 3 par la fonction f est

Exemples :

$f : x \longmapsto 2x + 3$; $g : x \longmapsto x^2$; $h : x \longmapsto \sqrt{x}$

- L'image de 3 par la fonction f est 9 car $f(3) = 2 \times 3 + 3 = 9$.

Exemples :

$f : x \longmapsto 2x + 3 \quad ; \quad g : x \longmapsto x^2 \quad ; \quad h : x \longmapsto \sqrt{x}$

- L'image de 3 par la fonction f est 9 car $f(3) = 2 \times 3 + 3 = 9$.
- 3 est donc un

1) Notion de fonction
b)Image et antécédent

Exemples :

$f : x \longmapsto 2x + 3$; $g : x \longmapsto x^2$; $h : x \longmapsto \sqrt{x}$

- L'image de 3 par la fonction f est 9 car $f(3) = 2 \times 3 + 3 = 9$.
- 3 est donc un antécédent de 9 pour la fonction f.

Exemples :

$f : x \longmapsto 2x + 3$; $g : x \longmapsto x^2$; $h : x \longmapsto \sqrt{x}$

- L'image de 3 par la fonction f est 9 car $f(3) = 2 \times 3 + 3 = 9$.
- 3 est donc un antécédent de 9 pour la fonction f.
- L'image de 5 par la fonction g est

Exemples :

$f : x \longmapsto 2x + 3$; $g : x \longmapsto x^2$; $h : x \longmapsto \sqrt{x}$

- L'image de 3 par la fonction f est 9 car $f(3) = 2 \times 3 + 3 = 9$.
- 3 est donc un antécédent de 9 pour la fonction f.
- L'image de 5 par la fonction g est 25 car $g(5) = 25$.

1) Notion de fonction
b)Image et antécédent

Exemples :

$f : x \longmapsto 2x + 3$; $g : x \longmapsto x^2$; $h : x \longmapsto \sqrt{x}$

- L'image de 3 par la fonction f est 9 car $f(3) = 2 \times 3 + 3 = 9$.
- 3 est donc un antécédent de 9 pour la fonction f.
- L'image de 5 par la fonction g est 25 car $g(5) = 25$.
- 25 possède

1) Notion de fonction
b)Image et antécédent

Exemples :

$f : x \longmapsto 2x+3$; $g : x \longmapsto x^2$; $h : x \longmapsto \sqrt{x}$

- L'image de 3 par la fonction f est 9 car $f(3) = 2 \times 3 + 3 = 9$.
- 3 est donc un antécédent de 9 pour la fonction f.
- L'image de 5 par la fonction g est 25 car $g(5) = 25$.
- 25 possède deux antécédents par g : 5 et -5.

Exemples :

$f : x \longmapsto 2x + 3$; $g : x \longmapsto x^2$; $h : x \longmapsto \sqrt{x}$

- L'image de 3 par la fonction f est 9 car $f(3) = 2 \times 3 + 3 = 9$.
- 3 est donc un antécédent de 9 pour la fonction f.
- L'image de 5 par la fonction g est 25 car $g(5) = 25$.
- 25 possède deux antécédents par g : 5 et -5.
- -4 n' a pas d'antécédent par g.

1) Notion de fonction
b)Image et antécédent

Exemples :

$f : x \longmapsto 2x + 3$; $g : x \longmapsto x^2$; $h : x \longmapsto \sqrt{x}$

- L'image de 3 par la fonction f est 9 car $f(3) = 2 \times 3 + 3 = 9$.
- 3 est donc un antécédent de 9 pour la fonction f.
- L'image de 5 par la fonction g est 25 car $g(5) = 25$.
- 25 possède deux antécédents par g : 5 et -5.
- -4 n' a pas d'antécédent par g.
- l'image de 81 par h est

Exemples :

$f : x \longmapsto 2x+3$; $g : x \longmapsto x^2$; $h : x \longmapsto \sqrt{x}$

- L'image de 3 par la fonction f est 9 car $f(3) = 2 \times 3 + 3 = 9$.
- 3 est donc un antécédent de 9 pour la fonction f.
- L'image de 5 par la fonction g est 25 car $g(5) = 25$.
- 25 possède deux antécédents par g : 5 et -5.
- -4 n' a pas d'antécédent par g.
- l'image de 81 par h est 9.

Exemples :

$f : x \longmapsto 2x + 3$; $g : x \longmapsto x^2$; $h : x \longmapsto \sqrt{x}$

- L'image de 3 par la fonction f est 9 car $f(3) = 2 \times 3 + 3 = 9$.
- 3 est donc un antécédent de 9 pour la fonction f.
- L'image de 5 par la fonction g est 25 car $g(5) = 25$.
- 25 possède deux antécédents par g : 5 et -5.
- -4 n' a pas d'antécédent par g.
- l'image de 81 par h est 9.
- l'image de -3 par h

1) Notion de fonction
b)Image et antécédent

Exemples :

$f : x \longmapsto 2x+3$; $g : x \longmapsto x^2$; $h : x \longmapsto \sqrt{x}$

- L'image de 3 par la fonction f est 9 car $f(3) = 2 \times 3 + 3 = 9$.
- 3 est donc un antécédent de 9 pour la fonction f.
- L'image de 5 par la fonction g est 25 car $g(5) = 25$.
- 25 possède deux antécédents par g : 5 et -5.
- -4 n' a pas d'antécédent par g.
- l'image de 81 par h est 9.
- l'image de -3 par h n'existe pas.

1) Notion de fonction
b)Image et antécédent

Méthode : Pour déterminer l'image $f(x)$ d'un nombre par une fonction f, il suffit de remplacer x par ce nombre dans l'expression de $f(x)$.
Déterminer les antécédents d'un nombre par une fonction revient en général à résoudre une équation.

Méthode : Pour déterminer l'image $f(x)$ d'un nombre par une fonction f, il suffit de remplacer x par ce nombre dans l'expression de $f(x)$.
Déterminer les antécédents d'un nombre par une fonction revient en général à résoudre une équation.

Exemple : $f : x \longmapsto 4x + 7$
L'image de 5 est égale à

<u>Méthode :</u> Pour déterminer l'image $f(x)$ d'un nombre par une fonction f, il suffit de remplacer x par ce nombre dans l'expression de $f(x)$.
Déterminer les antécédents d'un nombre par une fonction revient en général à résoudre une équation.

Exemple : $f : x \longmapsto 4x + 7$
L'image de 5 est égale à $4 \times 5 + 7 = 27$.

1) Notion de fonction
b)Image et antécédent

Méthode : Pour déterminer l'image $f(x)$ d'un nombre par une fonction f, il suffit de remplacer x par ce nombre dans l'expression de $f(x)$.
Déterminer les antécédents d'un nombre par une fonction revient en général à résoudre une équation.

Exemple : $f : x \longmapsto 4x + 7$
L'image de 5 est égale à $4 \times 5 + 7 = 27$.
Pour déterminer les antécédents de 5 par f,

<ins>Méthode :</ins> Pour déterminer l'image $f(x)$ d'un nombre par une fonction f, il suffit de remplacer x par ce nombre dans l'expression de $f(x)$.
Déterminer les antécédents d'un nombre par une fonction revient en général à résoudre une équation.

Exemple : $f : x \longmapsto 4x + 7$
L'image de 5 est égale à $4 \times 5 + 7 = 27$.
Pour déterminer les antécédents de 5 par f, on résout l'équation : $4x + 7 = 5$ ce qui donne $x = -\frac{1}{2}$: $-\frac{1}{2}$ est l'unique antécédent de 5 par f.

1) Notion de fonction
c)Tableau de valeurs

Parfois, il n'est pas possible (ou trop difficile)de définir une fonction par une formule. On va donc la représenter en partie par un tableau.

1) Notion de fonction
c)Tableau de valeurs

Parfois, il n'est pas possible (ou trop difficile)de définir une fonction par une formule. On va donc la représenter en partie par un tableau.
Exemple : considérons la fonction t qui, à un jour donné, associe la température moyenne à Paris :

Numéro du jour	1	2	3	4	5	6	7
Température	15	21	17	15	12	13	16

1) Notion de fonction
c)Tableau de valeurs

Parfois, il n'est pas possible (ou trop difficile)de définir une fonction par une formule. On va donc la représenter en partie par un tableau. Exemple : considérons la fonction t qui, à un jour donné, associe la température moyenne à Paris :

Numéro du jour	1	2	3	4	5	6	7
Température	15	21	17	15	12	13	16

- L'image de 3 est

1) Notion de fonction
c)Tableau de valeurs

Parfois, il n'est pas possible (ou trop difficile)de définir une fonction par une formule. On va donc la représenter en partie par un tableau.
Exemple : considérons la fonction t qui, à un jour donné, associe la température moyenne à Paris :

Numéro du jour	1	2	3	4	5	6	7
Température	15	21	17	15	12	13	16

- L'image de 3 est 17 par la fonction t.

1) Notion de fonction
c)Tableau de valeurs

Parfois, il n'est pas possible (ou trop difficile)de définir une fonction par une formule. On va donc la représenter en partie par un tableau.
Exemple : considérons la fonction t qui, à un jour donné, associe la température moyenne à Paris :

Numéro du jour	1	2	3	4	5	6	7
Température	15	21	17	15	12	13	16

- L'image de 3 est 17 par la fonction t.
- $t(6) =$

1) Notion de fonction
c)Tableau de valeurs

Parfois, il n'est pas possible (ou trop difficile)de définir une fonction par une formule. On va donc la représenter en partie par un tableau.
Exemple : considérons la fonction t qui, à un jour donné, associe la température moyenne à Paris :

Numéro du jour	1	2	3	4	5	6	7
Température	15	21	17	15	12	13	16

- L'image de 3 est 17 par la fonction t.
- $t(6) = 13$.

1) Notion de fonction
c)Tableau de valeurs

Parfois, il n'est pas possible (ou trop difficile)de définir une fonction par une formule. On va donc la représenter en partie par un tableau.
Exemple : considérons la fonction t qui, à un jour donné, associe la température moyenne à Paris :

Numéro du jour	1	2	3	4	5	6	7
Température	15	21	17	15	12	13	16

- L'image de 3 est 17 par la fonction t.
- $t(6) = 13$.
- 15 a

1) Notion de fonction
c)Tableau de valeurs

Parfois, il n'est pas possible (ou trop difficile)de définir une fonction par une formule. On va donc la représenter en partie par un tableau.
Exemple : considérons la fonction t qui, à un jour donné, associe la température moyenne à Paris :

Numéro du jour	1	2	3	4	5	6	7
Température	15	21	17	15	12	13	16

- L'image de 3 est 17 par la fonction t.
- $t(6) = 13$.
- 15 a deux antécédents par t : 1 et 4.

Interlude de coordonnées

2) Représentation graphique d'une fonction
a)Définition

- On se place dans un repère orthogonal. La **courbe représentative** (ou le graphe) de la fonction f est $\boxed{\text{l'ensemble des points de coordonnées } (x; f(x))}$.

2) Représentation graphique d'une fonction
a)Définition

- On se place dans un repère orthogonal. La **courbe représentative** (ou le graphe) de la fonction f est $\boxed{\text{l'ensemble des points de coordonnées } (x; f(x))}$.
- Dire qu'un point M de coordonnées $(a; b)$ appartient à la courbe représentative de f revient à dire que $f(a) = b$.

2) Représentation graphique d'une fonction
b)Exemple

Exemple : On considère la fonction $f : x \longmapsto (x+1)^2 - 2$.

2) Représentation graphique d'une fonction
b)Exemple

Exemple : On considère la fonction $f : x \longmapsto (x+1)^2 - 2$.
Pour construire la courbe représentative de f, nous allons dresser un tableau de valeurs :

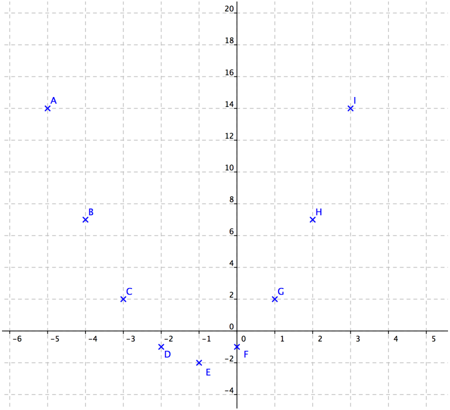
x (abscisse)	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$ (ordonnée)	14	7	2	-1	-2	-1	2	7	14	23	34
Points	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K

2) Représentation graphique d′une fonction
b)Exemple

Nous allons maintenant placer les différents points obtenus à partir de leurs coordonnées :

2) Représentation graphique d'une fonction
b)Exemple

Nous allons maintenant placer les différents points obtenus à partir de leurs coordonnées :



Pour avoir plus de points, il aurait fallu calculer davantage d'images de nombres

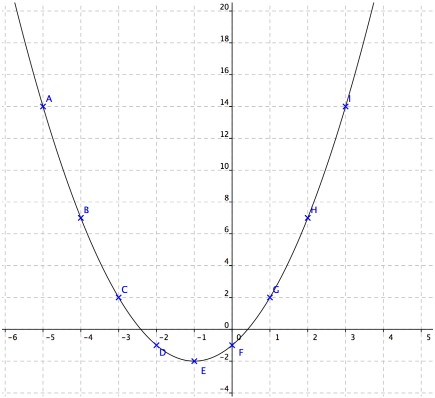
Pour avoir plus de points, il aurait fallu calculer davantage d'images de nombres.

2) Représentation graphique d'une fonction
b)Exemple

Pour avoir plus de points, il aurait fallu calculer davantage d'images de nombres. Ensuite nous relions les points de telle manière à obtenir une courbe. (Ici il s'agit d'une parabole)

2) Représentation graphique d'une fonction
b)Exemple

Pour avoir plus de points, il aurait fallu calculer davantage d'images de nombres. Ensuite nous relions les points de telle manière à obtenir une courbe. (Ici il s'agit d'une parabole)



Nous allons donner les images et antécédents de différents nombres d'une fonction uniquement à partir de sa courbe représentative. Cela évite les calculs mais en revanche, la lecture graphique ne donne en général qu'une valeur approchée du résultat cherché.

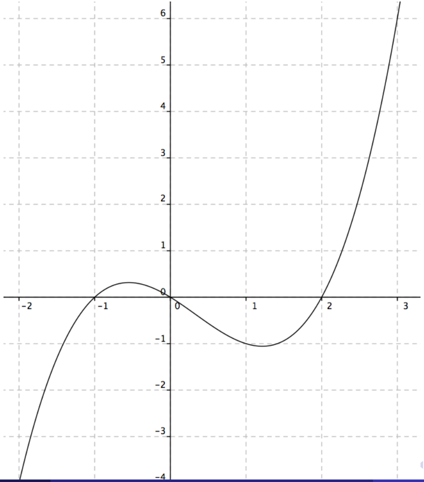
Considérons la fonction : $f : x \longmapsto \frac{x(x-2)(x+1)}{2}$.

2) Représentation graphique d'une fonction
c)Lecture d'images et d'antécédents

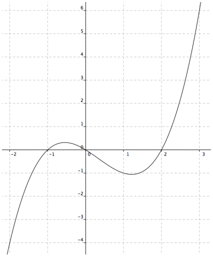
Considérons la fonction : $f : x \longmapsto \frac{x(x-2)(x+1)}{2}$. Voici sa courbe représentative :

2) Représentation graphique d'une fonction
c)Lecture d'images et d'antécédents

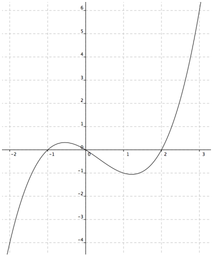
Considérons la fonction : $f : x \longmapsto \frac{x(x-2)(x+1)}{2}$. Voici sa courbe représentative :



2) Représentation graphique d'une fonction
c)Lecture d'images et d'antécédents



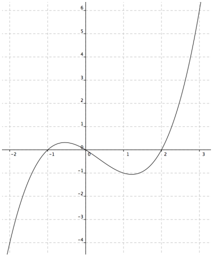
2) Représentation graphique d'une fonction
c)Lecture d'images et d'antécédents



A partir du graphe de f, nous pouvons dire que :

- l'image de 1 est environ

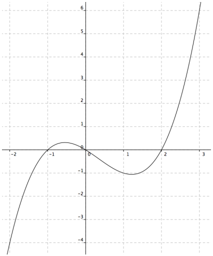
2) Représentation graphique d'une fonction
c)Lecture d'images et d'antécédents



A partir du graphe de f, nous pouvons dire que :

- l'image de 1 est environ -1.

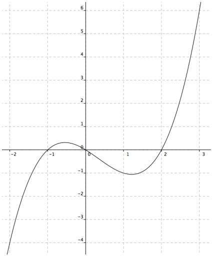
2) Représentation graphique d'une fonction
c)Lecture d'images et d'antécédents



A partir du graphe de f, nous pouvons dire que :

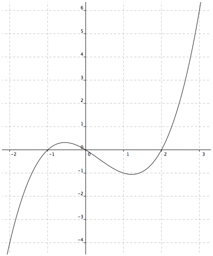
- l'image de 1 est environ -1.
- l'image de -1 est environ

2) Représentation graphique d'une fonction
c)Lecture d'images et d'antécédents



A partir du graphe de f, nous pouvons dire que :

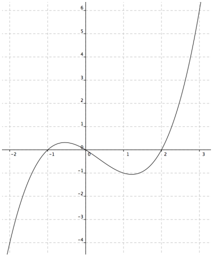
- l'image de 1 est environ -1.
- l'image de -1 est environ 0.



A partir du graphe de f, nous pouvons dire que :

- l'image de 1 est environ -1.
- l'image de -1 est environ 0.
- l'image de 0 est environ

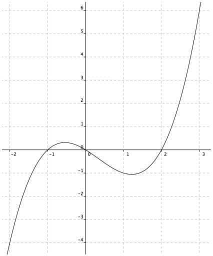
2) Représentation graphique d'une fonction
c)Lecture d'images et d'antécédents



A partir du graphe de f, nous pouvons dire que :

- l'image de 1 est environ -1.
- l'image de -1 est environ 0.
- l'image de 0 est environ 0.

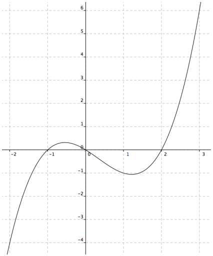
2) Représentation graphique d'une fonction
c)Lecture d'images et d'antécédents



A partir du graphe de f, nous pouvons dire que :

- l'image de 1 est environ -1.
- l'image de -1 est environ 0.
- l'image de 0 est environ 0.
- l'image de 3 est environ

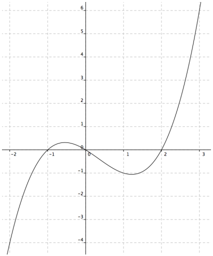
2) Représentation graphique d'une fonction
c)Lecture d'images et d'antécédents



A partir du graphe de f, nous pouvons dire que :

- l'image de 1 est environ -1.
- l'image de -1 est environ 0.
- l'image de 0 est environ 0.
- l'image de 3 est environ 6.

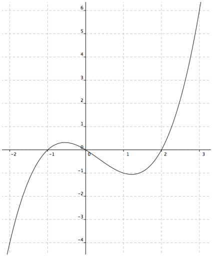
2) Représentation graphique d'une fonction
c)Lecture d'images et d'antécédents



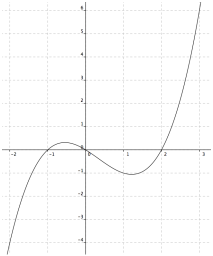
A partir du graphe de f, nous pouvons dire que :

- l'image de 1 est environ -1.
- l'image de -1 est environ 0.
- l'image de 0 est environ 0.
- l'image de 3 est environ 6.
- l'image de $1,5$ est environ

2) Représentation graphique d'une fonction
c)Lecture d'images et d'antécédents

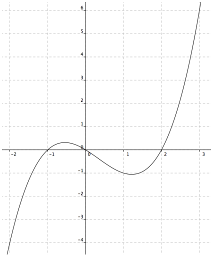


2) Représentation graphique d'une fonction
c)Lecture d'images et d'antécédents



Le calcul des images nous permet de confirmer l'exactitude de ces résultats.

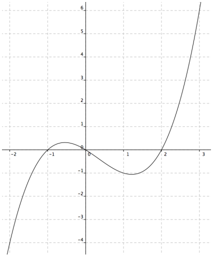
2) Représentation graphique d'une fonction
c)Lecture d'images et d'antécédents



Le calcul des images nous permet de confirmer l'exactitude de ces résultats.

- 2 possède semble avoir un unique antécédent qui est à peu près $2,5$.

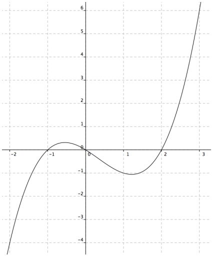
2) Représentation graphique d'une fonction
c)Lecture d'images et d'antécédents



Le calcul des images nous permet de confirmer l'exactitude de ces résultats.

- 2 possède semble avoir un unique antécédent qui est à peu près $2,5$.
- -2 semble être un antécédent de -4.

2) Représentation graphique d′une fonction
c)Lecture d′images et d′antécédents



Le calcul des images nous permet de confirmer l′exactitude de ces résultats.

- 2 possède semble avoir un unique antécédent qui est à peu près $2,5$.
- -2 semble être un antécédent de -4.
- 0 semble avoir trois antécédents.

Des fonctions, en veux-tu ? en voilà !

Fin du chapitre