Chapitre 15 Fonctions(1/3) : Généralités

1 Notion de fonction

a) "définition" : Une **fonction numérique** est un procédé qui permet , à partir d'un nombre de départ, d'obtenir un unique nombre d'arrivée.

On note

$$f : x \longmapsto f(x)$$

pour dire que f est la fonction qui, au nombre x, fait correspondre le nombre $f(x)$

Exemples :
- $f : x \longmapsto 2x$ est la fonction qui, à tout nombre, associe son double.
  $f(x) = 2x$; $f(4) = 8$; $f(-3) = -6$; ...
- $g : x \longmapsto x^2$ est la fonction qui, à tout nombre, associe son carré.
  $g(x) = x^2$; $g(4) = 16$; $g(-2) = 4$; ...
- $h : r \longmapsto 2\pi r$ est la fonction qui donne le périmètre d'un cercle de rayon r (lorsque r est positif)

b) Image et antécédents : Lorsque l'on écrit $f : x \longmapsto f(x)$, on dit que :
- $f(x)$ est l'**image** de x par la fonction f
- x est un **antécédent** de $f(x)$

Exemples : $f : x \longmapsto 2x + 3$; $g : x \longmapsto x^2$; $h : x \longmapsto \sqrt{x}$
- L'image de 3 par la fonction f est 9 car $f(3) = 2 \times 3 + 3 = 9$.
- 3 est donc un antécédent de 9 pour la fonction f.
- L'image de 5 par la fonction g est 25 car $g(5) = 25$.
- 25 possède deux antécédents par g : 5 et -5.
- -4 n' a pas d'antécédent par g.
- l'image de 81 par h est 9.
- l'image de -3 par h n'existe pas.

Méthode : Pour déterminer l'image $f(x)$ d'un nombre par une fonction f, il suffit de remplacer x par ce nombre dans l'expression de $f(x)$.
Déterminer les antécédents d'un nombre par une fonction revient en général à résoudre une équation.

Exemple : $f : x \longmapsto 4x + 7$
L'image de 5 est égale à $4 \times 5 + 7 = 27$.
Pour déterminer les antécédents de 5 par f, on résout l'équation : $4x + 7 = 5$
ce qui donne $x = -\frac{1}{2}$: $-\frac{1}{2}$ est l'unique antécédent de 5 par f.

c) Tableau de valeurs : Parfois, il n'est pas possible (ou trop difficile)de définir une fonction par une formule. On va donc la représenter en partie par un tableau.

Exemple : considérons la fonction t qui, à un jour donné, associe la température moyenne à Paris :

Numéro du jour	1	2	3	4	5	6	7
Température	15	21	17	15	12	13	16

- L'image de 3 est 17 par la fonction t.
- $t(6) = 13$.
- 15 a deux antécédents par t : 1 et 4.

2 Représentation graphique d'une fonction

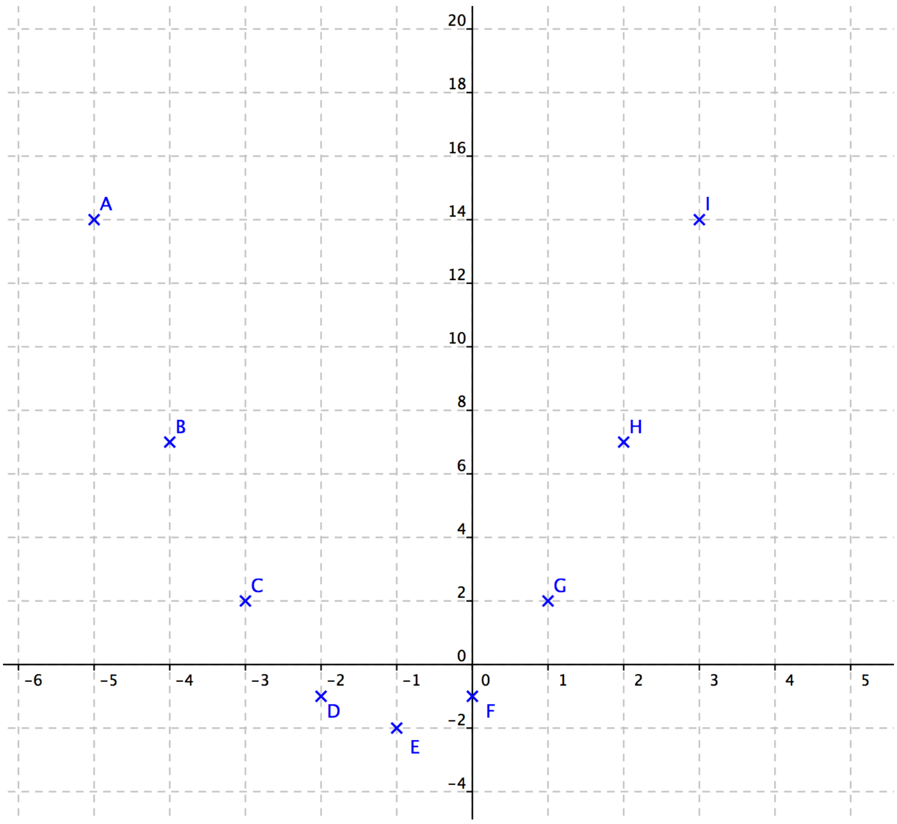
a) Définition : on se place dans un repère orthogonal. La **courbe représentative** (ou le graphe) de la fonction f est $\boxed{\text{l'ensemble des points de coordonnées } (x; f(x))}$.

Dire qu'un point M de coordonnées $(a;b)$ appartient à la courbe représentative de f revient à dire que $f(a) = b$.

b) Exemple : On considère la fonction $f : x \longmapsto (x+1)^2 - 2$.
Pour construire la courbe représentative de f, nous allons dresser un tableau de valeurs :

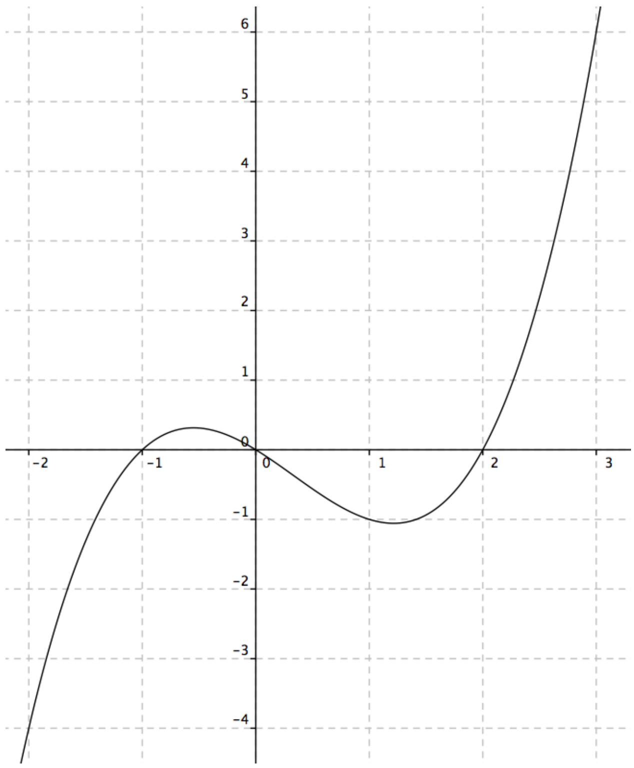
x (abscisse)	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$ (ordonnée)	14	7	2	-1	-2	-1	2	7	14	23	34
Points	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K

Nous allons maintenant placer les différents points obtenus à partir de leurs coordonnées :



Pour avoir plus de points, il aurait fallu calculer davantage d'images de nombres.
Ensuite nous relions les points de telle manière à obtenir une courbe. (Ici il s'agit d'une parabole).

c) Lecture de l'image et des antécédents : Nous allons donner les images et antécédents de différents nombres d'une fonction uniquement à partir de sa courbe représentative. Cela évite les calculs mais en revanche, la lecture graphique ne donne en général qu'une valeur approchée du résultat cherché.
Considérons la fonction : $f : x \longmapsto \frac{x(x-2)(x+1)}{2}$. Voici sa courbe représentative :



A partir du graphe de f, nous pouvons dire que :
- l'image de 1 est environ -1.
- l'image de -1 est environ 0.
- l'image de 0 est environ 0.
- l'image de 3 est environ 6.
- l'image de $1,5$ est environ

Le calcul des images nous permet de confirmer l'exactitude de ces résultats.

- 2 semble avoir un unique antécédent qui est à peu près $2,5$.
- -2 semble être un antécédent de -4.
- 0 semble avoir trois antécédents.