

Problèmes de calcul littéral

Exercice 1

On considère le programme de calcul ci-contre.

- Choisir un nombre.
- Ajouter 2 à ce nombre.
- Prendre le carré du résultat précédent.
- Soustraire le carré du nombre de départ au résultat précédent.

On a utilisé la feuille de calcul ci-dessous pour appliquer ce programme de calcul au nombre 5 ; le résultat obtenu est 24.

| | A | B |
|---|---|----------|
| 1 | Programme | Résultat |
| 2 | Choisir un nombre | 5 |
| 3 | Ajouter 2 à ce nombre | 7 |
| 4 | Prendre le carré du résultat précédent | 49 |
| 5 | Soustraire le carré du nombre de départ au résultat précédent | 24 |

1. Pour les questions suivantes, faire apparaître les calculs sur la copie.
 - a. Si on choisit 2 comme nombre de départ, vérifier qu'on obtient 12 comme résultat.
 - b. Si on choisit -8 comme nombre de départ, quel résultat obtient-on?
2. Parmi les trois propositions suivantes, recopier sur votre copie la formule qui a été saisie dans la cellule B5.

| | | |
|-----------------|-----------|-------------|
| $=B4 - B2 * B2$ | $=B2 + 2$ | $= B3 * B3$ |
|-----------------|-----------|-------------|

3.
 - a. Si l'on choisit x comme nombre de départ, exprimer en fonction de x , le résultat final de ce programme de calcul.
 - b. Montrer que $(x+2)^2 - x^2 = 4x + 4$.
4. Si on choisit un nombre entier au départ, est-il exact que le résultat du programme est toujours un multiple de 4? Justifier.

Exercice 2

Démontrer que :

$$: \text{ pour tout nombre } x, \quad (2x + 1)^2 - 4 = (2x + 3)(2x - 1).$$

Exercice 3

On donne le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre
- Ajouter 1
- Élever le résultat au carré
- Soustraire au résultat le carré du nombre de départ

1. Montrer que lorsqu'on choisit le nombre 2 au départ, on obtient le nombre 5 au final.
2. Quel résultat obtient-on lorsqu'on choisit au départ le nombre -3 ?
3. On définit une fonction f qui, à tout nombre x choisi à l'entrée du programme, associe le résultat obtenu à la fin de ce programme.

Ainsi, pour tout x , on obtient $f(x) = (x + 1)^2 - x^2$

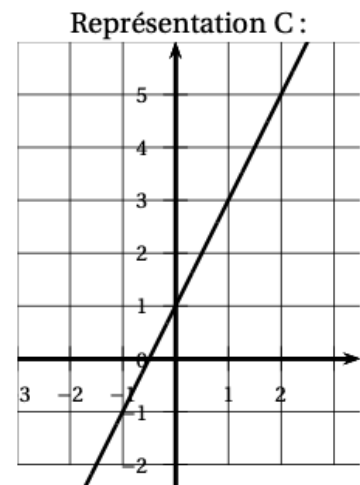
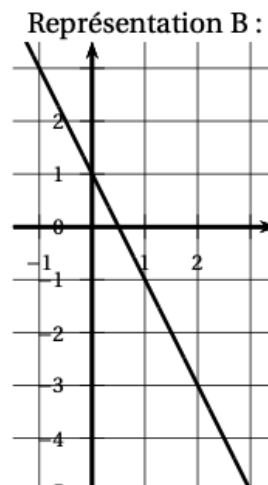
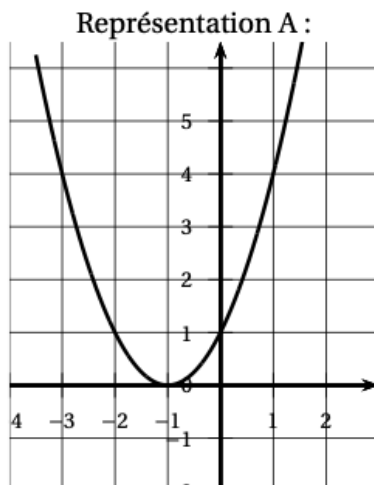
Montrer que $f(x) = 2x + 1$.

4. Cette question est un questionnaire à choix multiples (QCM).

Dans chaque cas, une seule réponse est correcte. Pour chacune des questions, écrire sur la copie le numéro de la question et la bonne réponse.

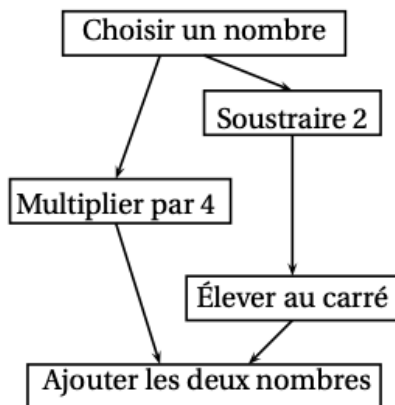
Aucune justification n'est demandée.

| Question | Réponse A | Réponse B | Réponse C |
|--|---------------------|---------------------|---------------------|
| 1. La représentation graphique de la fonction f est : | La représentation A | La représentation B | La représentation C |
| 2. En utilisant la représentation A, l'image de 1 par la fonction représentée est : | 4 | -2 | 0 |
| 3. En utilisant la représentation B, l'antécédent de 3 par la fonction représentée est : | -1 | -5 | 2 |



Exercice 4

PROGRAMME A



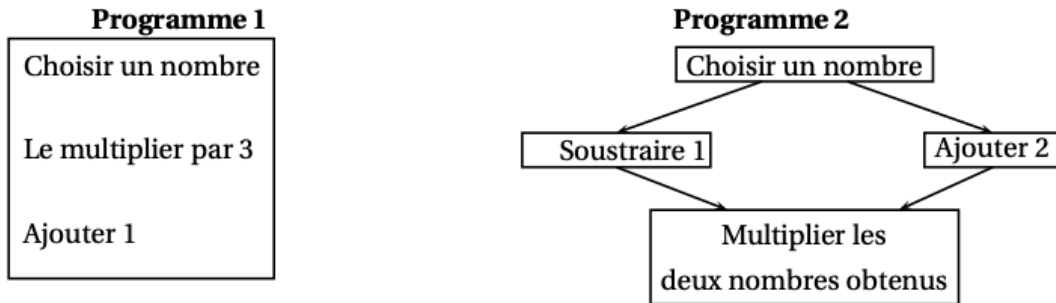
PROGRAMME B

- Choisir un nombre
- Calculer son carré
- Ajouter 6 au résultat.

- a. Montrer que, si l'on choisit le nombre 5, le résultat du programme A est 29.
 - b. Quel est le résultat du programme B si on choisit le nombre 5?
2. Si on nomme x le nombre choisi, expliquer pourquoi le résultat du programme A peut s'écrire $x^2 + 4$.
3. Quel est le résultat du programme B si l'on nomme x le nombre choisi?
4. Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses? Justifier les réponses et écrire les étapes des éventuels calculs :
 - a. « Si l'on choisit le nombre $\frac{2}{3}$, le résultat du programme B est $\frac{58}{9}$. »
 - b. « Si l'on choisit un nombre entier, le résultat du programme B est un nombre entier impair. »
 - c. « Le résultat du programme B est toujours un nombre positif. »
 - d. « Pour un même nombre entier choisi, les résultats des programmes A et B sont ou bien tous les deux des entiers pairs, ou bien tous les deux des entiers impairs. »

Exercice 5

Voici deux programmes de calcul :



1. Vérifier que si on choisit 5 comme nombre de départ.

- le résultat du programme 1 vaut 16.
- le résultat du programme 2 vaut 28.

On appelle $A(x)$ le résultat du programme 1 en fonction du nombre x choisi au départ.

La fonction $B : x \mapsto (x - 1)(x + 2)$ donne le résultat du programme 2 en fonction du nombre x choisi au départ.

2. a. Exprimer $A(x)$ en fonction de x .

b. Déterminer le nombre que l'on doit choisir au départ pour obtenir 0 comme résultat du programme 1.

3. Développer et réduire l'expression :

$$B(x) = (x - 1)(x + 2).$$

4. a. Montrer que $B(x) - A(x) = (x + 1)(x - 3)$.

b. Quels nombres doit-on choisir au départ pour que le programme 1 et le programme 2 donnent le même résultat? Expliquer la démarche.