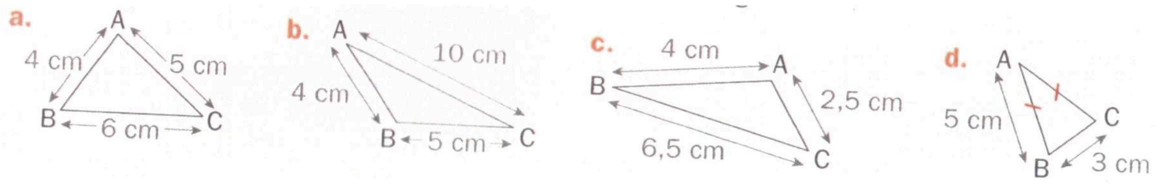
Chapitre 1 : Rappels de géométrie et initiation à la démonstration

Exercice 1 : Dans chaque cas, on souhaite construire un triangle. Est-ce possible ? Si oui, préciser si l'on obtient un triangle ou des points alignés.



a.

5+4 = 9 et 9 > 6

donc l'inégalité triangulaire est vérifiée

on peut donc construire ce triangle.

b.

5+4 = 9 et 9 < 10

donc l'inégalité triangulaire n'est pas vérifiée

on ne peut donc pas construire ce triangle.

c.

4 + 2,5 = 6,5 et 6,5 = 6,5

donc l'égalité triangulaire est vérifiée

les points sont alignés.

d.

5 + 3 = 8 et 8 > 5

donc l'inégalité triangulaire est vérifiée

on peut donc construire ce triangle

e. AB = 11 / BC = 3 / CA = 7

7 + 3 = 10 et 10 < 11

donc l'inégalité triangulaire n'est pas vérifiée

on ne peut donc pas construire ce triangle

f. AB = 3,7 / BC = 2,5 / CA = 6,3

3,7 + 2,5 = 6,2 et 6,2 < 6,3

donc l'inégalité triangulaire n'est pas vérifiée

on ne peut donc pas construire ce triangle.

g. AB = 5,1 / BC = 3,4 / CA = 1,7

$1,7 + 3,4 = 5,1$ et $5,1 = 5,1$
donc l'égalité triangulaire est vérifiée
Les points sont alignés.

h. ABC est isocèle en C avec AC = 3 et AB = 5

$3 + 3 = 6$ et $6 > 5$
donc l'inégalité triangulaire est vérifiée
on peut donc construire ce triangle

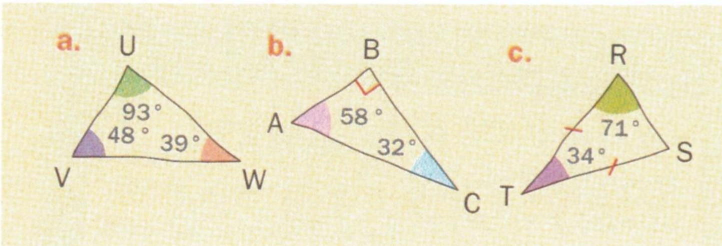
i. ABC est équilatéral avec AB = 3

$3 + 3 = 6$ et $6 > 3$
donc l'inégalité triangulaire est vérifiée
on peut donc construire ce triangle.

j. ABC est isocèle en A avec BC = 6 et AB = 2

$2 + 2 = 4$ et $4 < 6$
donc l'inégalité triangulaire n'est pas vérifiée
on ne peut donc pas construire ce triangle.

Exercice 2 : Les triangles suivants existent-ils ? Justifier.



a.

on sait que $\widehat{VUW} = 93$ $\widehat{UWV} = 39$ et $\widehat{WVU} = 48$
or dans un triangle la somme des angles est égale à 180°
donc $93 + 39 + 48 = 180°$
donc ce triangle existe.

b.

on sait que $\widehat{ABC} = 90°$ $\widehat{BCA} = 32$ et $\widehat{CAB} = 58°$
or dans un triangle la somme des angles est égale à 180°
donc $90 + 32 + 58 = 180°$
donc ce triangle existe.

c.

on sait que RST est isocèle en T donc $\widehat{TRS} = \widehat{TSR} = 71°$
on sait que $\widehat{TRS} = \widehat{TSR} = 71°$ et $\widehat{RTS} = 34°$
or dans un triangle, la somme des angles est égale à 180°
donc $71 + 71 + 34 = 176 \neq 180$
donc ce triangle n'existe pas.

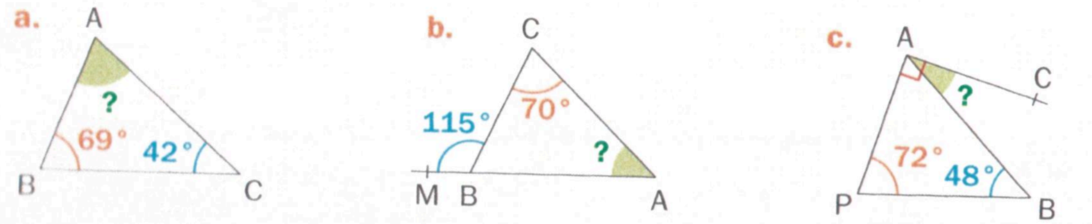
Exercice 3 : Le triangle THE avec TH = 3,4 cm, HE = 7 cm et ET = 3,7 cm est-il constructible ? Justifier la réponse.

$3{,}4 + 3{,}7 = 7{,}1$ et $7{,}1 > 7$
donc l'inégalité triangulaire est vérifiée
on peut donc construire ce triangle.

Exercice 4 : Peut-on construire le triangle SEL tel que SE = 9 cm, EL = 3 cm et LS = 4 cm ? Justifier la réponse.

$3 + 4 = 7$ et $7 < 9$
donc l'inégalité triangulaire n'est pas vérifiée
on ne peut pas construire ce triangle.

Exercice 5 : Dans chaque cas, calculer la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$



a.

on sait que $\widehat{ABC} = 69°$ et $\widehat{BCA} = 42°$
or dans un triangle la somme des angles est égale à 180°
donc $\widehat{ABC} + \widehat{BCA} + \widehat{BAC} = 180°$
$69 + 42° + \widehat{BAC} = 180°$
donc $\widehat{BAC} = 69°$

b.

on sait que $\widehat{CBM}$ et $\widehat{CBA}$ sont supplémentaires
donc $\widehat{CBM} + \widehat{CBA} = 180°$
donc $\widehat{CBA} = 65°$
on sait que $\widehat{CBA} = 65°$ et $\widehat{BCA} = 70°$
or dans un triangle la somme des angles est égale à 180°
donc $\widehat{CBA} + \widehat{BCA} + \widehat{CAB} = 180°$ donc $\widehat{CAB} = 45°$

c.

on sait que $\widehat{APB} = 72°$ et $\widehat{PBA} = 48°$
or dans un triangle la somme des angles est égale à 180°
donc $\widehat{APB} + \widehat{PBA} + \widehat{PAB} = 180°$
donc $\widehat{PAB} = 60°$
on sait que $\widehat{PAB}$ et $\widehat{BAC}$ sont complémentaires
donc $\widehat{PAB} + \widehat{BAC} = 90°$
donc $\widehat{BAC} = 30°$

Exercice 6 : Dans chaque cas, calculer la mesure de l'angle $B\hat{A}C$

a. $A\hat{B}C$ = 72° et $A\hat{C}B$ = 33°

on sait que $\widehat{ABC} = 72°$ et $\widehat{ACB} = 33°$
or dans un triangle la somme des angles est égale à 180°
donc $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} + \widehat{BAC} = 180°$
donc $72 + 33 + \widehat{BAC} = 180°$ donc $\widehat{BAC} = 75°$

b. ABC est équilatéral.

on sait que ABC est un triangle équilatéral
or si un triangle est équilatéral alors ses angles sont égaux
et ont pour mesure 60°
donc $\widehat{BAC} = \widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 60°$

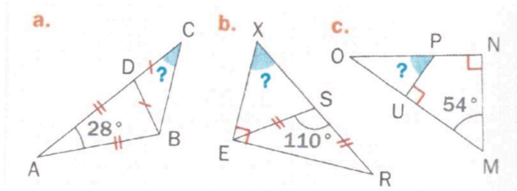
c. ABC est rectangle en B et $A\hat{C}B$ = 51°

on sait que $\widehat{ABC} = 90$ et $\widehat{ACB} = 51°$
or dans un triangle la somme des angles est égale à 180°
donc $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} + \widehat{BAC} = 180°$
$90 + 51 + \widehat{BAC} = 180°$ donc $\widehat{BAC} = 39°$

d. ABC est isocèle en C et $A\hat{C}B$ = 28°

on sait que ABC est isocèle en C donc $\widehat{ABC} = \widehat{BAC}$
on sait que $\widehat{BAC} = \widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB} = 28°$
or dans un triangle la somme des angles est égale à 180°
donc $\widehat{ABC} + \widehat{BAC} + \widehat{ACB} = 180°$
donc $\widehat{ABC} + \widehat{BAC} = 152$
donc $\widehat{ABC} = \widehat{BAC} = 76°$

Exercice 7 : Dans chaque cas, calculer la mesure de l'angle inconnu.



a. on sait que ABD est isocèle en A
donc $\widehat{ADB} = \widehat{ABD}$.
Dans le triangle ADB, on sait que $\widehat{DAB} = 28°$ et $\widehat{ADB} = \widehat{ABD}$
donc $\widehat{DAB} + \widehat{ADB} + \widehat{ABD} = 180°$ donc $\widehat{ADB} = \widehat{ABD} = \frac{180-28}{2} = 76$
on sait que $\widehat{ADB}$ et $\widehat{BDC}$ sont supplémentaires
donc $\widehat{ADB} + \widehat{BDC} = 180°$ donc $\widehat{BDC} = 104°$
on sait que DBC est isocèle en D donc $\widehat{DCB} = \widehat{DBC}$
Dans le triangle DBC on sait que $\widehat{BDC} = 104°$ et $\widehat{DCB} = \widehat{DBC}$
donc $\widehat{DBC} + \widehat{DCB} + \widehat{BDC} = 180$ donc $\widehat{DCB} = \frac{180-104}{2} = 38°$

b. on sait que SER est un triangle isocèle donc $\widehat{SER} = \widehat{ERS}$
dans le triangle SER, on sait que $\widehat{ESR} = 110°$ et $\widehat{SER} = \widehat{ERS}$
donc $\widehat{SER} + \widehat{ERS} + \widehat{RSE} = 180°$ donc $\widehat{SER} = \widehat{ERS} = \frac{180-110}{2} = 35°$
dans le triangle XER, on sait que $\widehat{XER} = 90°$ et $\widehat{ERX} = 35°$
donc $\widehat{XER} + \widehat{ERX} + \widehat{RXE} = 180°$
donc $90° + 35° + \widehat{RXE} = 180°$
donc $\widehat{RXE} = 55°$

c. dans le triangle OMN, on sait que $\widehat{ONM} = 90°$ et $\widehat{NMO} = 54°$

donc $\widehat{MON} + \widehat{ONM} + \widehat{NMO} = 180°$

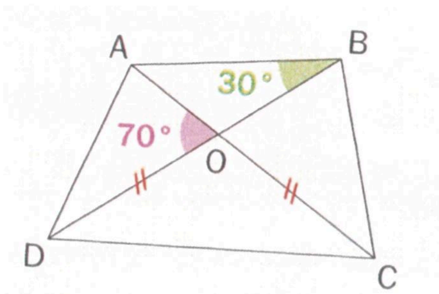
donc $\widehat{MON} + 90° + 54° = 180°$ donc $\widehat{MON} = 36°$

dans le triangle POU, on sait que $\widehat{PUO} = 90°$ et $\widehat{UOP} = 36°$

donc $\widehat{UOP} + \widehat{PUO} + \widehat{OPU} = 180°$

donc $90 + 36° + \widehat{OPU} = 180°$ donc $\widehat{OPU} = 54°$.

Exercice 8 : Sur la figure suivante, le point O est l'intersection de (AC) et (BD). Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?



on sait que $\widehat{DOA}$ et $\widehat{AOB}$ sont supplémentaires

donc $\widehat{DOA} + \widehat{AOB} = 180°$ donc $\widehat{AOB} = 110°$

on sait que $\widehat{AOB}$ et $\widehat{DOC}$ sont opposés par le sommet

donc $\widehat{AOB} = \widehat{DOC} = 110°$

dans le triangle isocèle DOC, on sait que $\widehat{DOC} = 110$ et $\widehat{ODC} = \widehat{DCO}$

donc $\widehat{DOC} + \widehat{OCD} + \widehat{CDO} = 180°$ donc $\widehat{ODC} = \widehat{DCO} = \frac{180-110}{2} = 35°$

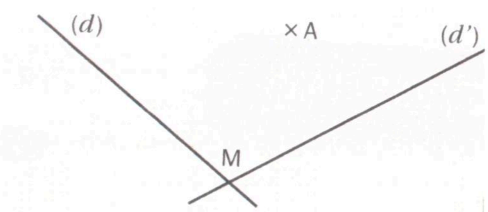
on sait que $\widehat{ABD}$ et $\widehat{BDC}$ sont alternes internes

et $\widehat{ABD} \neq \widehat{BDC}$

donc (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

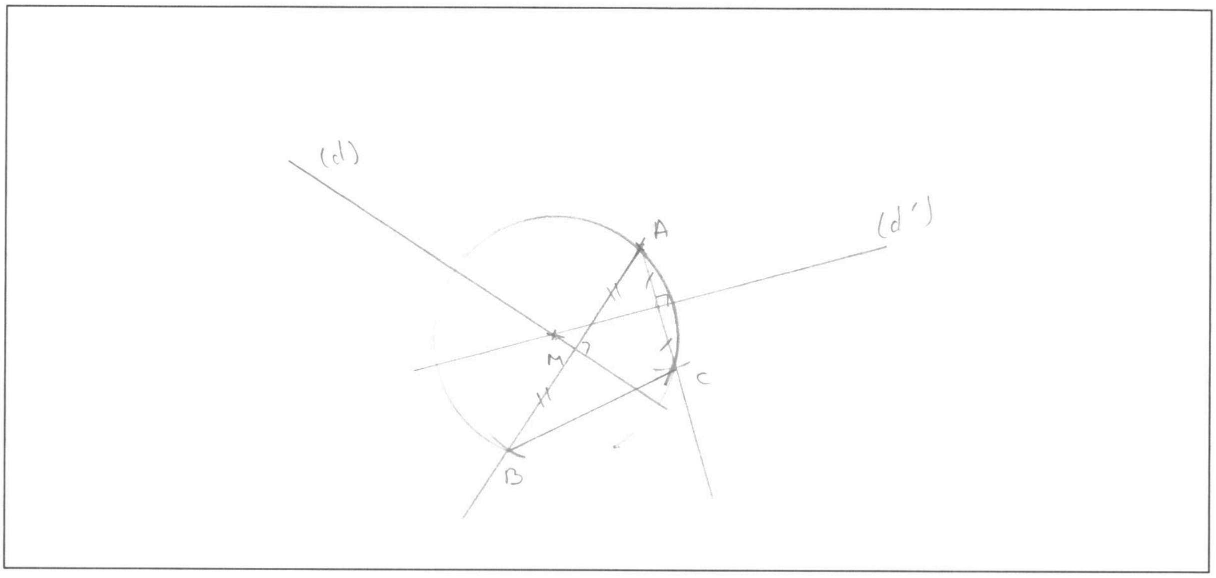
Exercice 9 :

1. Reproduire la figure suivante.



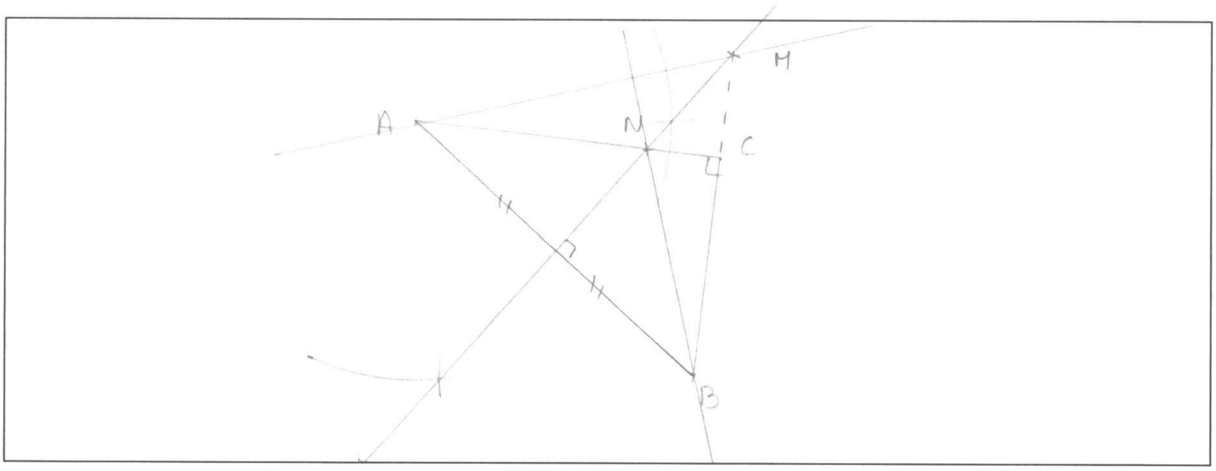
2. Construire le triangle ABC tel que (d) est la médiatrice de [AB] et (d') la médiatrice de [AC].

3. Tracer le cercle de centre M passant par A. Vérifier que ce cercle passe aussi par les points B et C.



Exercice 10 :

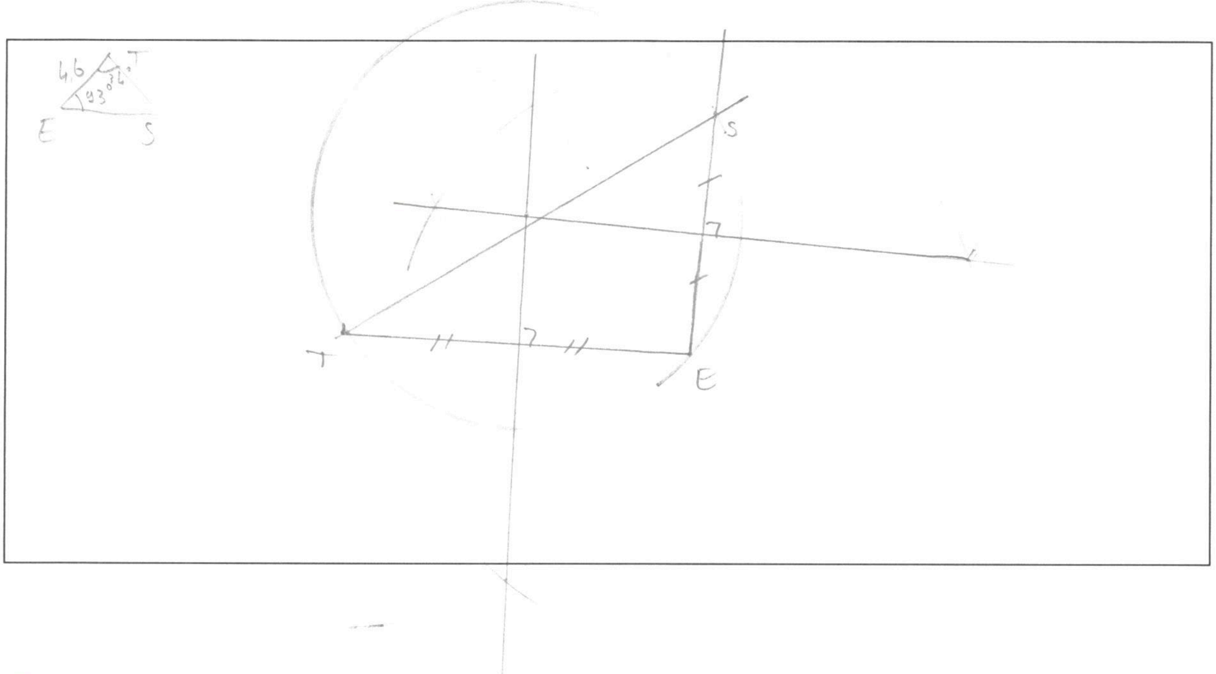
1. Dans un triangle rectangle en C, tracer la médiatrice du segment [AB] ; elle coupe (BC) en M et (AC) en N.



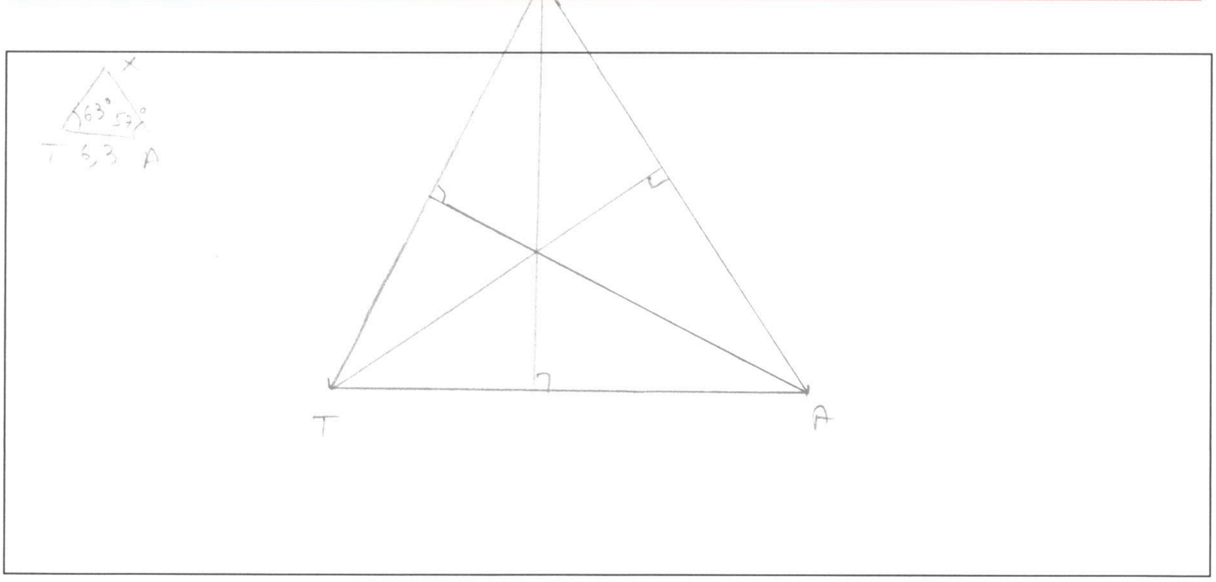
2. Démontrer que les droites (AM) et (BN) sont perpendiculaires.

dans le triangle AMB,
on sait que (MN) ⊥ (AB) et (AC) ⊥ (BM)
donc (MN) est la hauteur issue de M
(AC) est la hauteur issue de A
or dans un triangle les hauteurs sont concourantes
donc (BN) et la hauteurs issue de B
donc (BN) ⊥ (AM).

Exercice 11 : Tracer le cercle circonscrit au triangle EST tel que ET = 4,6 cm / $\widehat{SET} = 93°$ / $\widehat{ETS} = 34°$



Exercice 12 : Construire un triangle TAX tel que TA = 6,3 cm / $\widehat{TAX} = 57°$ / $\widehat{ATX} = 63°$ puis tracer ses hauteurs.



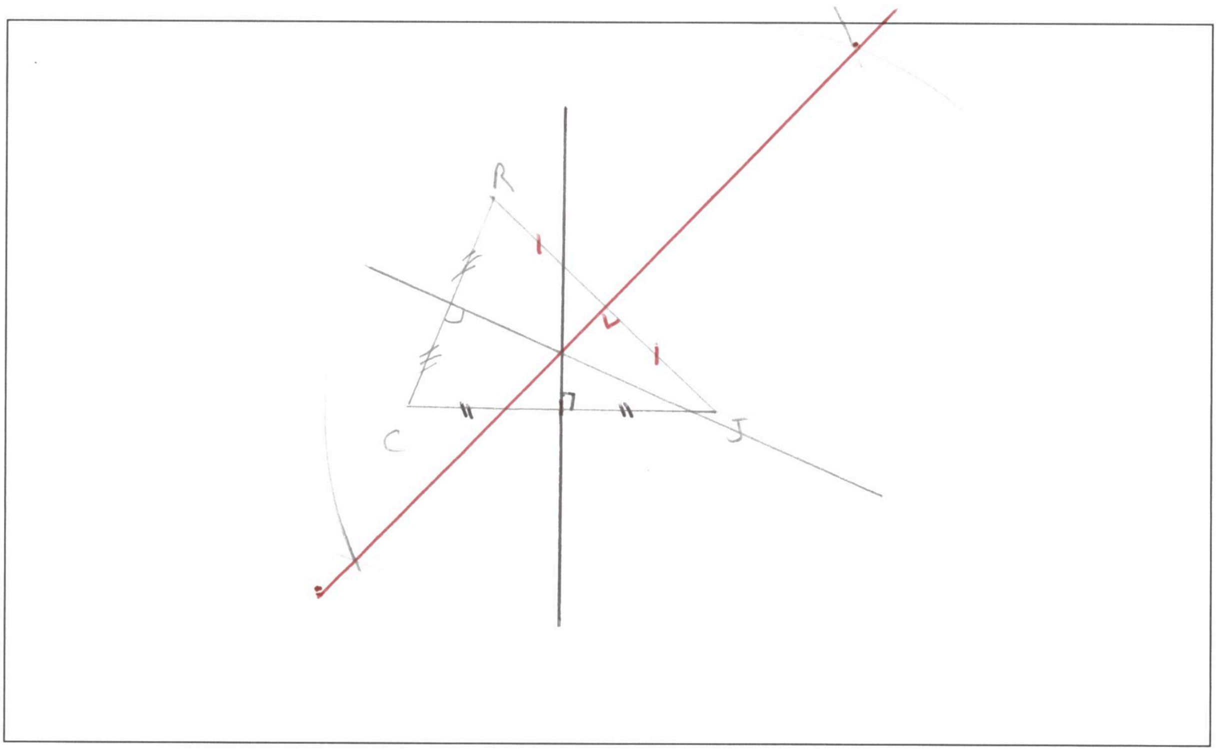
Exercice 13 : Médiatrices d'un triangle

1. Construire un triangle CJR
2. Tracer en rouge la médiatrice de [JR] à l'aide du compas
3. Tracer en noir la médiatrice de [CJ] avec la règle graduée et l'équerre
4. Construire la médiatrice (d) de [CR] avec seulement une équerre non graduée. Expliquer sa réponse.

~~on~~ sait que les médiatrices d'un triangle sont concourantes.
on trace donc la droite perpendiculaire à [CR] passant par le point d'intersection entre la droite rouge et la droite noire

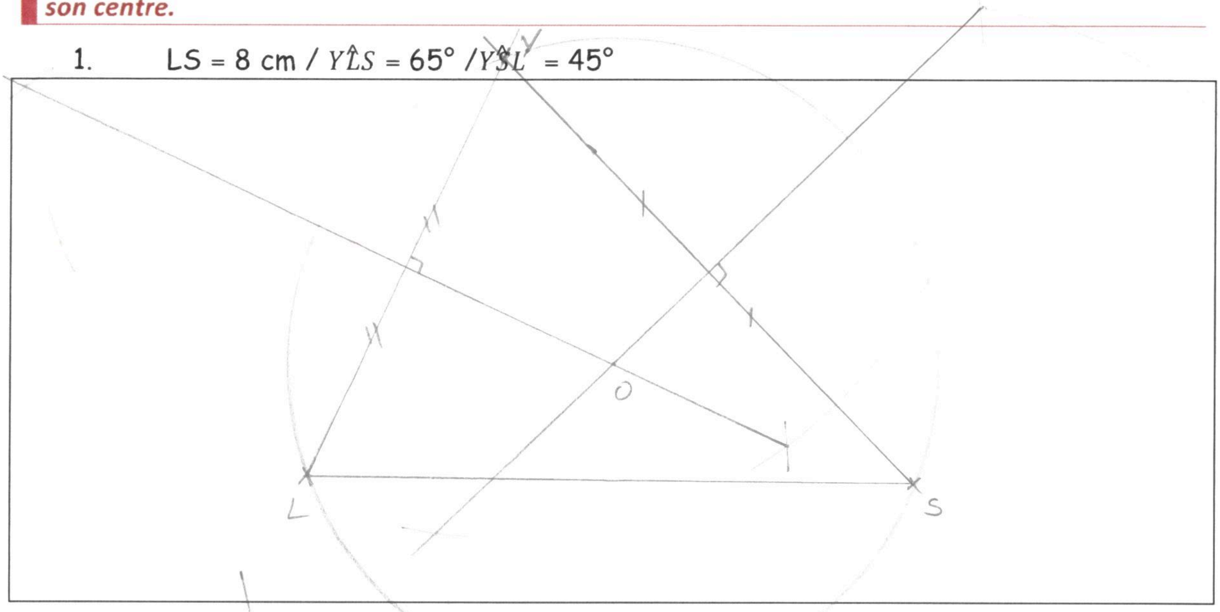
5. Comment pouvait-on construire (d) avec uniquement une règle graduée ? Expliquer sa réponse.

on sait de même que la médiatrice passe par le milieu des segments
donc on place le milieu de [RC]
puis on rejoint ce point avec le point d'intersection des deux premières médiatrices.

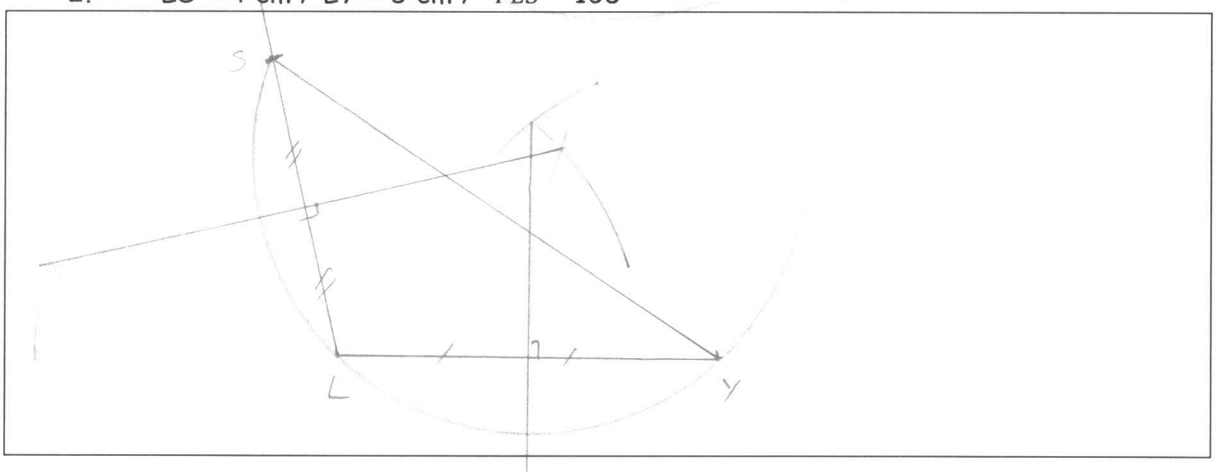


Exercice 14 : Dans chaque cas, construire le triangle LYS puis son cercle circonscrit. On nommera O son centre.

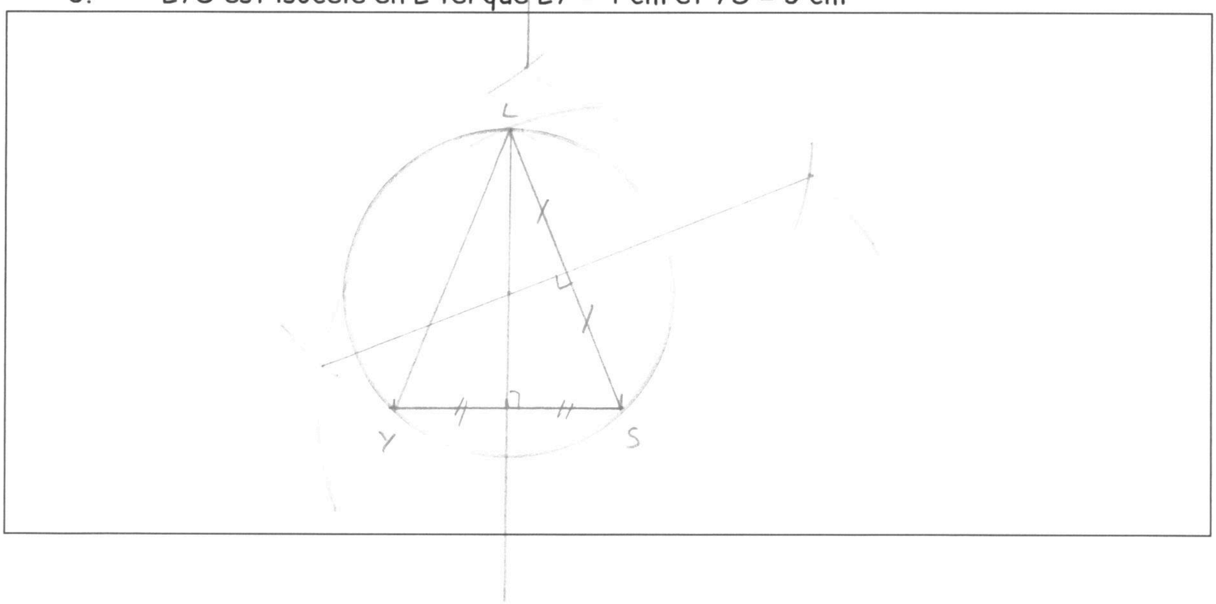
1. LS = 8 cm / $Y\hat{L}S = 65°$ / $Y\hat{S}L = 45°$



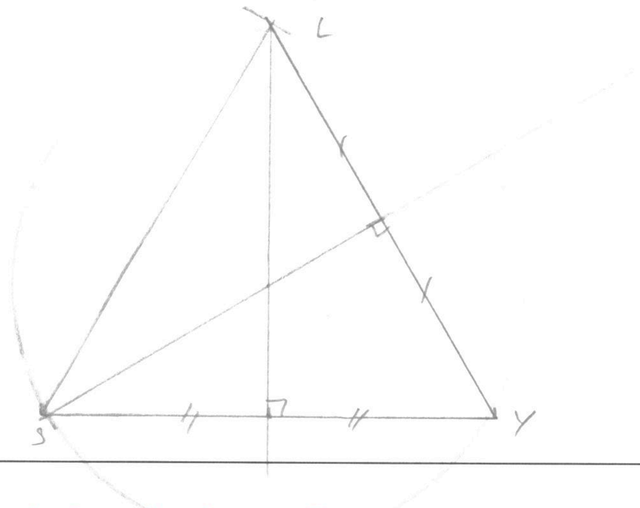
2. LS = 4 cm / LY = 5 cm / $Y\hat{L}S = 103°$



3. LYS est isocèle en L tel que LY = 4 cm et YS = 3 cm

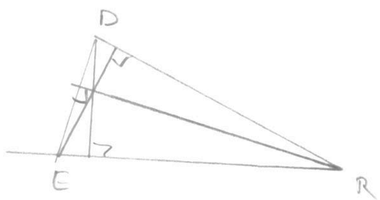


4. LYS est un triangle équilatéral de côté 6 cm.

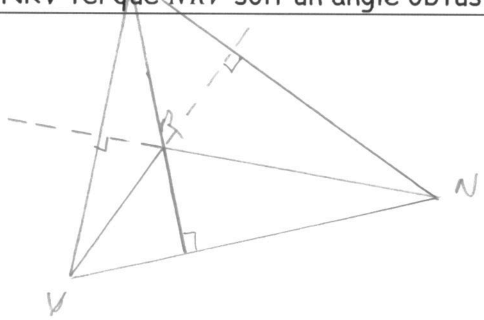


Exercice 15 : Tracer les hauteurs dans les cas suivants :

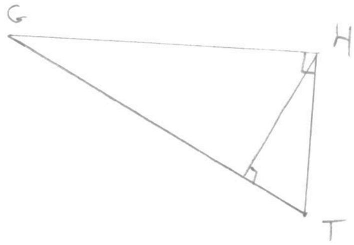
1. Un triangle DER ayant trois angles aigus



2. Un triangle NRV tel que $\widehat{NRV}$ soit un angle obtus.



3. Un triangle GHT rectangle en T



Quelles remarques peux-tu faire ?

Les trois hauteurs des triangles sont concourantes.

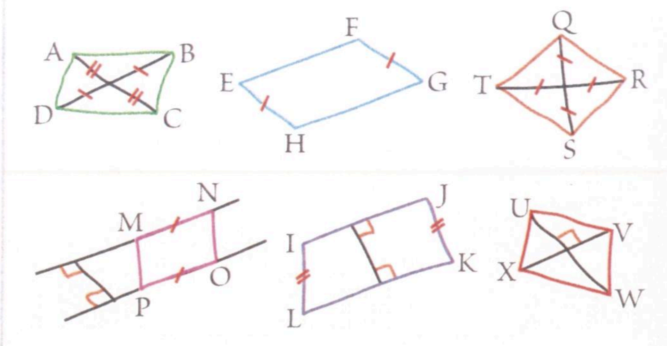
Exercice 16 : DRAP est un quadrilatère tel que : DR = AP = 6,4 cm et (RD) // (PA). Quelle est la nature de DRAP ? Justifier.

on sait que DR = AP et (DR) // (PA)
or si un quadrilatère a deux côtés opposés parallèles
et de même longueur
alors c'est un parallélogramme
donc DRAP est un parallélogramme

Exercice 17 : PRIM est un quadrilatère tel que : MI = PR = 5 cm et IR = PM = 7cm. Quelle est la nature de PRIM ? Justifier.

on sait que MI = PR et IR = PM
or si un quadrilatère a ses côtés opposés de
même longueur
alors c'est un parallélogramme
donc PRIM est un parallélogramme.

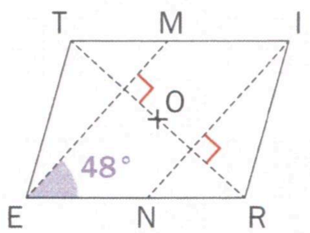
Exercice 18 : Pour chacun des quadrilatères ci-dessous, utiliser les codages pour répondre à la question : « Peut-on affirmer que c'est un parallélogramme ? »



on sait que [DB] et [AC] se coupent en leur milieux
donc ABCD est un parallélogramme.
on sait que [QS] et [TR] se coupent en leurs milieu
donc QRST est un parallélogramme
on sait que (MN) // (OP) et MN = PO
donc MNOP est un parallélogramme

Pour les autres quadrilatères, on ne peut pas affirmer que ce soient des parallélogrammes.

Exercice 19 : O est le centre du parallélogramme TIRE. M est sur [TI] et N sur [ER].



a. Montrer que les droites (ME) et (NI) sont parallèles.

on sait que (ME) ⊥ (TR)
(NI) ⊥ (TR)
donc (ME) // (NI)

b. Déterminer la nature de MINE.

on sait que (MI) // (EN)
(EM) // (NI)
or si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles
alors c'est un parallélogramme
donc MINE est un parallélogramme.

c. Que représente O pour le segment [MN] ?

on sait que MINE est un parallélogramme
O milieu de [IE]
or si un quadrilatère est un parallélogramme
alors ses diagonales se coupent en leur milieu
donc O milieu de [MN].

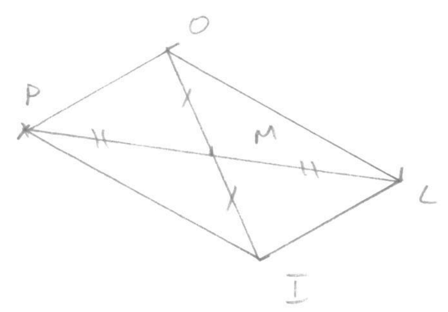
d. Déterminer la mesure de l'angle $E\hat{M}I$

on sait que MINE est un parallélogramme
or si un quadrilatère est un parallélogramme
alors ses angles opposés ont la même mesure
donc $\widehat{EMI} = \widehat{INE}$ et $\widehat{MEN} = \widehat{MIN}$
de plus $\widehat{EMI}$ et $\widehat{MEN}$ sont supplémentaires
donc $\widehat{EMI} + \widehat{MEN} = 180°$
donc $\widehat{EMI} = 132°$

Exercice 20 :

1.

a. Tracer un segment [PL] et nomme M son milieu.
b. Tracer un segment [OI] dont M est aussi le milieu.
c. Tracer le quadrilatère POLI



2. Montrer que le quadrilatère POLI est un parallélogramme.

on sait que M milieu de [PL]
M milieu de [OI]
or si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu alors c'est un parallélogramme
donc POLI est un parallélogramme.

Exercice 21 :

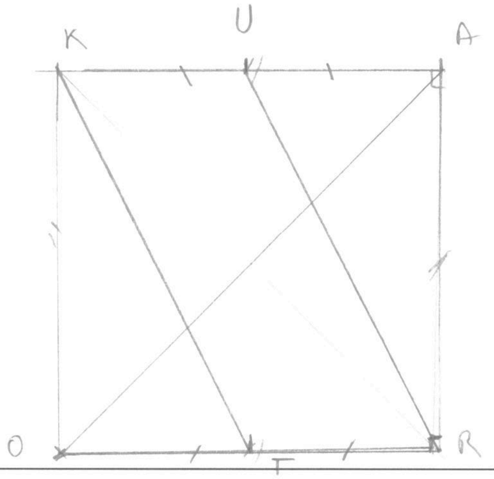
1.

a. Tracer un carré KARO de côté 5 cm.

b. Placer le point U, milieu du côté [KA].

c. Placer le point T, milieu du côté [OR].

d. Tracer le quadrilatère KURT.



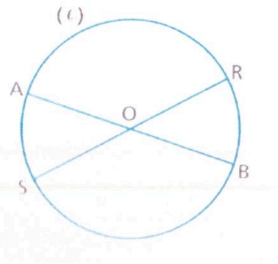
2. Montrer que les segments [KU] et [RT] sont parallèles et de même longueur.

on sait que KARO est un carré
donc KA = OR et (KA) // (OR)
on a sait que T milieu de [OR] donc OT = RT
U milieu de [KA] donc KU = UA
donc OT = TR = KU = UA
et (TR) // (KU)

3. En déduire que KURT est un parallélogramme.

on sait que TR = KU
(TR) // (KU)
or si un quadrilatère a deux côtés opposés parallèles et de même longueur
alors c'est un parallélogramme
donc KURT est un parallélogramme

Exercice 22 : [AB] et [SR] sont deux diamètres d'un cercle (𝒞) de centre O.



1. Quel est le milieu du segment [AB] ? Et celui du segment [RS] ?

on sait que [AB] et [RS] sont des diamètres de 𝒞

donc O milieu de [AB]
O milieu de [RS]
et AB = RS.

2. Prouver que BRAS est un parallélogramme.

on sait que O milieu de [AB]
O milieu de [RS]
or si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leurs milieux
alors c'est un parallélogramme
donc BRAS est un parallélogramme

3. Comparer les longueurs AB et RS.

on sait que [AB] et [RS] sont des diamètres de 𝒞

donc AB = RS.

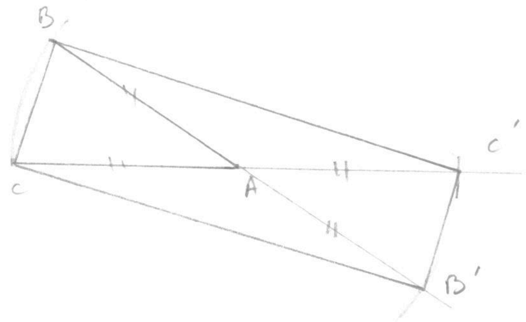
4. Déduire de la question 3 que BRAS est un rectangle.

on sait que BRAS est un parallélogramme
AB = RS
or si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur alors c'est un rectangle

donc BRAS est un rectangle.

Exercice 23 :

1. Construire un triangle ABC isocèle en A.
2. Compléter la figure en plaçant les points B' et C' tels que :
   a. B' est le symétrique de B par rapport à A
   b. C' est le symétrique de C par rapport à A



3. Tracer BCB'C' puis prouver que c'est un parallélogramme.

on sait que B' est symétrique de B par rapport à A
donc A milieu de [BB']
on sait que C' symétrique de C par rapport à A
donc A milieu de [CC']
on sait que A milieu de [BB'] et A milieu de [CC']
or si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leurs milieu alors c'est un parallélogramme
donc BCB'C' est un parallélogramme

4. Déduire que le parallélogramme BCB'C' est un rectangle.

on sait que BAC est isocèle en A
donc BA = AC
donc BA = AC = AB' = AC'
on sait que BCB'C' est un parallélogramme
BB' = CC'
or si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur alors c'est un rectangle
donc BCB'C' est un rectangle.

Exercice 24 : PLUS est un rectangle tel que : PL = 5 cm et LS = 8 cm

1. Quelle est la longueur US ? Justifier.

on sait que PLUS st un rectangle
or si un quadrilatère est un rectangle alors ses côtés opposés ont la même longueur
donc PL = US = 5cm et LU = SP

2. Quelle est la longueur UP ? Justifier.

on sait que PLUS est un rectangle
or si un quadrilatère est un rectangle alors ses diagonales ont la même longueur
donc PU = LS = 8cm.

Exercice 25 : ABCD est un quadrilatère tel que AB = CD, BC = DA et AC = BD.

1. Montrer que ABCD est un parallélogramme.

on sait que AB = CD et BC = DA
or si un quadrilatère a ses côtés opposés de même longueur alors c'est un parallélogramme

donc ABCD est un parallélogramme

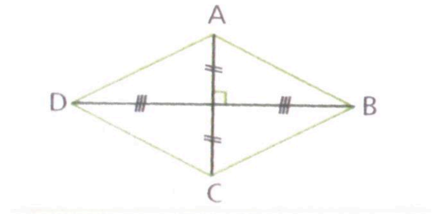
2. Montrer que ABCD est un rectangle.

on sait que ABCD st un parallélogramme
AC = BD

or si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur
alors c'est un rectangle

donc ABCD est un rectangle.

Exercice 26 : Observer la figure et son codage.



1. Pourquoi peut-on affirmer que ABCD est un parallélogramme ?

on sait que [AC] et [BD] se coupent en leur milieu
or si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leurs milieux alors c'est un parallélogramme
donc ABCD est un parallélogramme

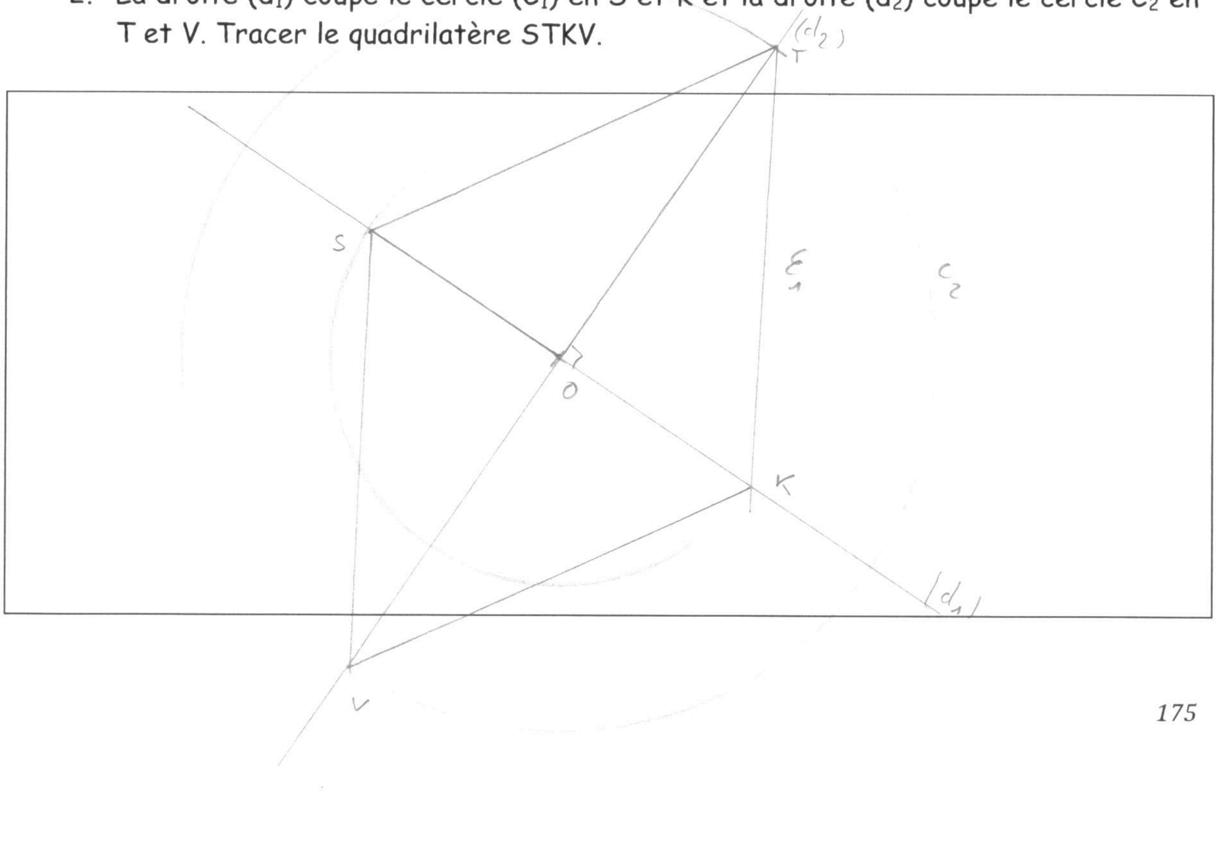
2. Quelle propriété du cours permet de prouver que ABCD est un losange ?

« Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires alors c'est un losange »

Exercice 27 :

1. a. Tracer deux cercles (C_1) et (C_2) de même centre O et de rayons respectifs 3cm et 5cm.
   b. Tracer deux droites (d_1) et (d_2) perpendiculaires en O.

2. La droite (d_1) coupe le cercle (C_1) en S et K et la droite (d_2) coupe le cercle C_2 en T et V. Tracer le quadrilatère STKV.



3. Prouver que STKV est un losange.

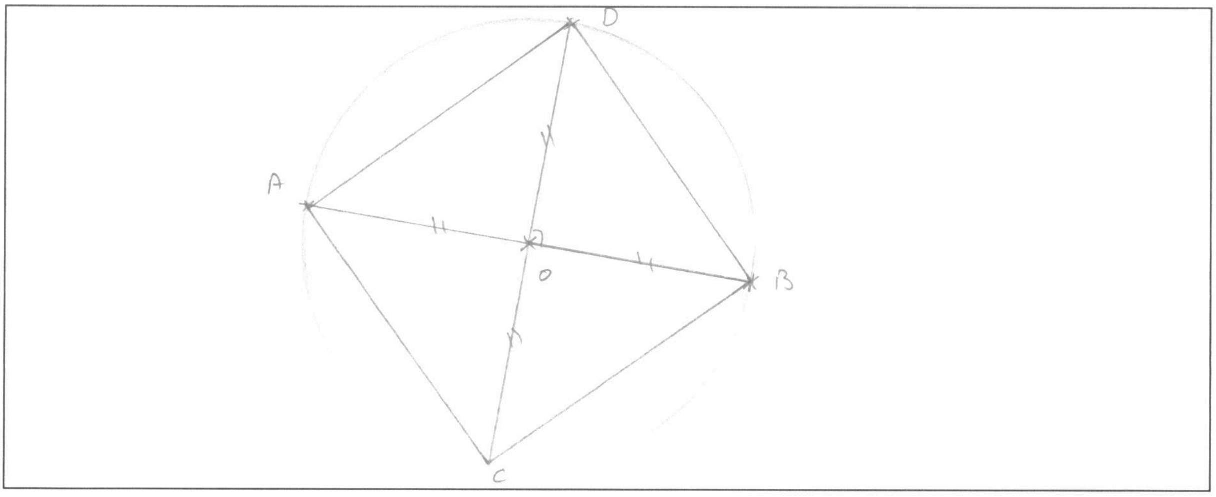
on sait que O milieu de [SK] et O milieu de [TV]
or si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu alors c'est un parallélogramme
donc STKV est un parallélogramme
on sait que STKV est un parallélogramme et (SK) ⊥ (TV)
or si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires alors c'est un losange
donc STKV est un losange.

Exercice 28 : MOIN est un losange. Que peut-on dire des droites (MI) et (ON) ? Justifier.

on sait que MOIN est un losange
or si un quadrilatère est un losange alors ses diagonales sont perpendiculaires
donc (MI) ⊥ (ON)

Exercice 29 :

1. Tracer un cercle de centre O et de 3 cm de rayon. [AB] et [DC] sont deux diamètres perpendiculaires de ce cercle.
2. Tracer le quadrilatère ACBD.



3. Prouver que ACBD est un carré.

on sait que O milieu de [AB]
O milieu de [DC]
donc ACBD est un parallélogramme.
on sait que ACBD est un parallélogramme et (AB) ⊥ (CD)
donc ACBD est un losange
on sait que ACBD est un parallélogramme et AB = DC
donc ACBD est un rectangle

donc ACBD est un carré.

Exercice 30 : RSTU est un parallélogramme de centre O tel que RT = SU = 8cm et que $\widehat{TOS} = 90°$.

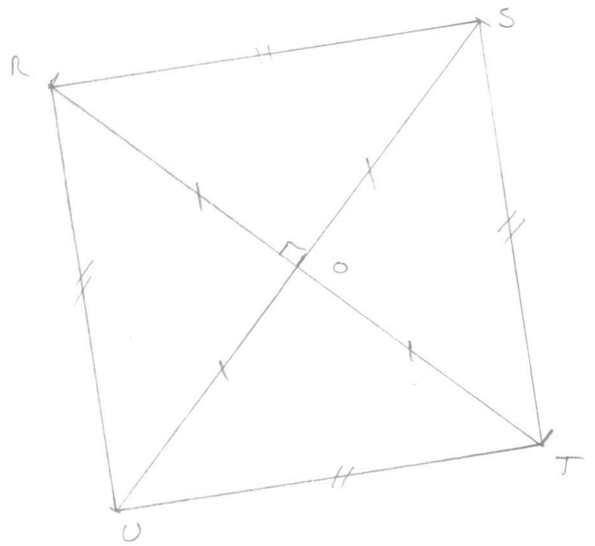
1. Quelle est la nature précise de ce parallélogramme ? Justifier.

on sait que RSTU est un parallélogramme
RT = SU
donc RSTU est un rectangle

on sait que RSTU est un parallélogramme de centre O
$\widehat{TOS} = 90°$
donc RSTU est un losange

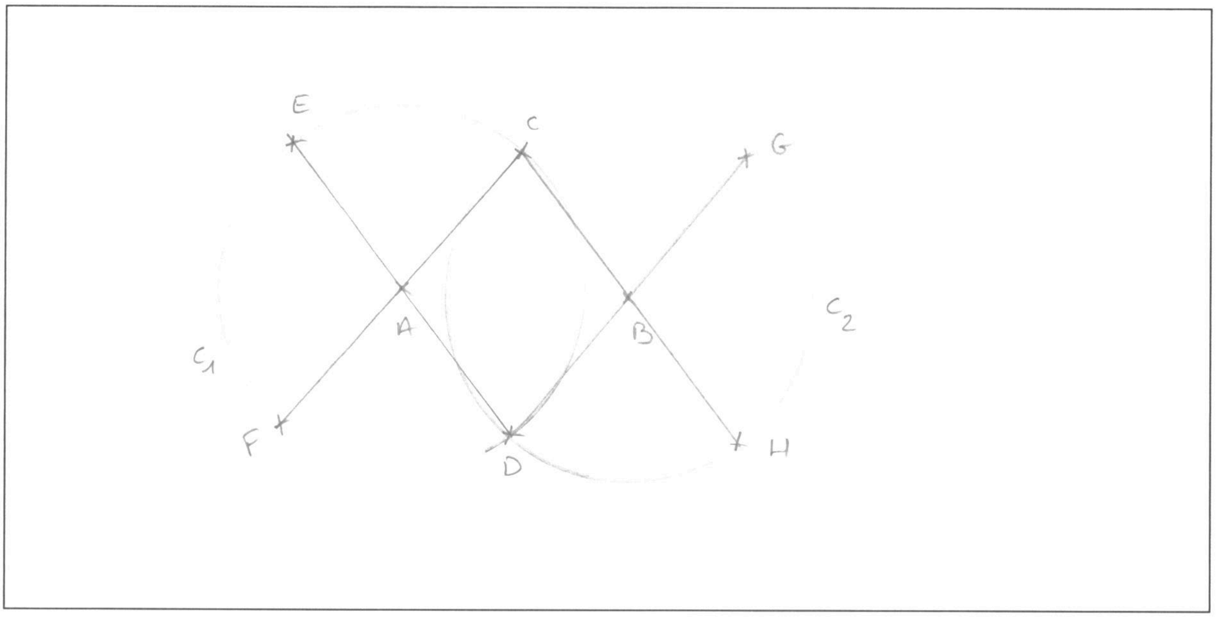
donc RSTU est un carré.

2. Tracer RSTU



Exercice 31 :

1.
   a. Placer deux points A et B distincts.
   b. Tracer deux cercles (C_1) et (C_2) de centres A et B, de même rayon et sécants en deux points C et D.
   c. Tracer les diamètre [DE] et [CF] du cercle (C_1)
   d. Tracer les diamètres [DG] et [CH] du cercle (C_2)



2. Montrer que ADBC est un losange.

on sait que $C \in C_1$ et $D \in C_1$
donc $AC = AD$
on sait que $C \in C_2$ et $D \in C_2$
donc $BC = BD$
on sait que C_1 et C_2 ont même rayon donc $AC = AD = BC = BD$
on sait que $AC = AD = BC = BD$
donc ACBD est un losange.

3. Montrer que FDCE et DHGC sont deux rectangles symétriques par rapport à la droite (DC).

on sait que A milieu de [FC]
A milieu de [ED]
donc FDCE est un parallélogramme
on sait que FDCE est un parallélogramme
$FC = ED$
donc FDCE est un rectangle.

B milieu de [CH]
B milieu de [DG]
donc DHGC est un parallélogramme
on sait que DHGC est un parallélogramme
$CH = DG$
donc DHGC est un rectangle

on sait que ACBD est un losange donc $(CD) \perp (AB)$
et [CD] et [AB] ont le même milieu
donc A et B sont symétriques par rapport à (CD)
donc FDCE et DHGC sont symétriques par rapport à (CD)

4. Montrer que FDGC est un parallélogramme.

on sait que FDCE et DHGC sont symétriques par rapport à (DC)
donc FD = CE = DH = CG et EF = CD = GH
on sait que (FD) ⊥ (CD)
(GC) ⊥ (CD) donc (FD) // (GC)
on sait que (CG) // (FD) et CG = FD
donc FDGC est un parallélogramme

5. Montrer que FG = EH.

on sait que F et H sont symétriques par rapport à (DC)
E et G sont symétriques par rapport à (DC)
donc [FG] et [EH] sont symétriques par rapport à (DC)

donc FG = EH

6. Montrer que FDBA est un parallélogramme.

on sait que (FA) // (DB)
FA = DB

donc FDBA est un parallélogramme

7. Montrer que les droites (EH), (CD), (GF) et (BA) sont concourantes.

on sait que ADBC est un parallélogramme
donc (AB) et (CD) ont le même milieu

on sait que FDGC est un parallélogramme
donc (FG) et (DC) ont même milieu
donc (AB); (CD) et (FG) ont même milieu.

on sait que HCED est un parallélogramme
donc (HE) et (CD) ont même milieu

donc les droites (HE); (CD); (GF) et (BA) ont même milieu
et sont concourantes.