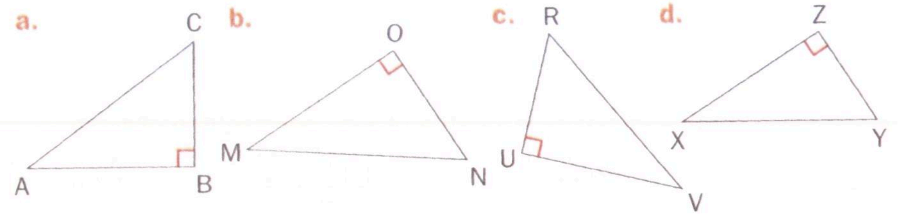
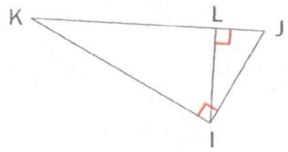
Chapitre 2 : Le théorème de Pythagore

Exercice 1 : Pour chacun des triangles suivants donner le nom de l'hypoténuse puis écrire l'égalité de Pythagore.



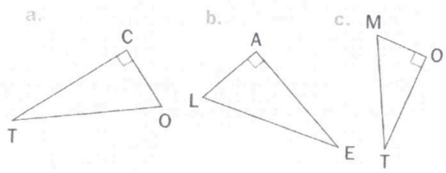
	Hypoténuse	Egalité de Pythagore
a.	[AC]	$AC^2 = BC^2 + AB^2$
b.	[MN]	$MN^2 = MO^2 + ON^2$
c.	[RV]	$RV^2 = RU^2 + UV^2$
d.	[XY]	$XY^2 = XZ^2 + ZY^2$

Exercice 2 : Pour la figure ci-dessous, écrire l'égalité de Pythagore des triangles IJK, IJL et IKL.



Triangle	Egalité de Pythagore
IJK	$KJ^2 = JI^2 + IK^2$
IJL	$IJ^2 = IL^2 + LJ^2$
IKL	$IK^2 = IL^2 + LK^2$

Exercice 3 : Donner l'égalité de Pythagore pour chacun des triangles suivants.

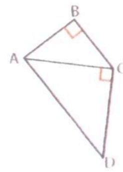


	Egalité de Pythagore
a.	$TO^2 = CO^2 + CT^2$
b.	$LE^2 = LA^2 + AE^2$
c.	$MT^2 = MO^2 + OT^2$

Exercice 4 : Ecrire toutes les égalités de Pythagore possibles dans les figures suivantes.

a. $AC^2 = AB^2 + BC^2$

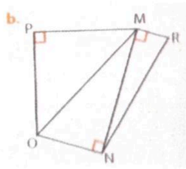
$AD^2 = AC^2 + CD^2$



b. $MO^2 = MP^2 + PO^2$

$MO^2 = MN^2 + NO^2$

$NR^2 = NM^2 + MR^2$



Exercice 5 :

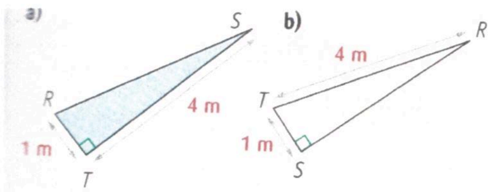
1. Ecrire l'égalité de Pythagore dans un triangle UDH rectangle en H.

Dans le triangle rectangle UDH
D'après le théorème de Pythagore
$UD^2 = UH^2 + HD^2$

2. Ecrire l'égalité de Pythagore dans un triangle VWX rectangle en W.

Dans le triangle rectangle VXW
D'après le théorème de Pythagore
$VX^2 = VW^2 + WX^2$

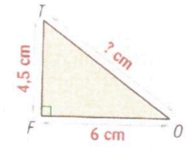
Exercice 6 : Calculer RS^2. Justifier la réponse



a) Dans le triangle rectangle RST
D'après le théorème de Pythagore
$RS^2 = RT^2 + ST^2$
$= 1^2 + 4^2$
$= 1 + 16$
$RS^2 = 17$

b) Dans le triangle rectangle RST
D'après le théorème de Pythagore
$RT^2 = TS^2 + SR^2$
$4^2 = 1^2 + SR^2$
donc $SR^2 = 16 - 1 = 15$.

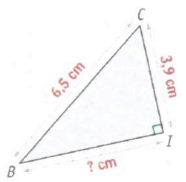
Exercice 7 : Calculer la longueur du troisième côté du triangle rectangle.



Dans le triangle rectangle TOF
d'après le théorème de Pythagore
$TO^2 = TF^2 + FO^2$
$= 4{,}5^2 + 6^2$
$= 20{,}25 + 36 = 56{,}25$

donc $TO = \sqrt{56{,}25} = 7{,}5$ cm

Exercice 8 : Calculer la longueur du troisième côté du triangle rectangle.



Dans le triangle rectangle BCI
d'après le théorème de Pythagore
$BC^2 = BI^2 + IC^2$
$6{,}5^2 = 3{,}9^2 + IB^2$
donc $IB^2 = 42{,}25 - 15{,}21 = 27{,}04$

donc $IB = \sqrt{27{,}04} = 5{,}2$ cm.

Exercice 9 : Le triangle GAL, rectangle en A, est tel que GA = 84 m et AL = 35 m. Calculer la longueur GL de son hypoténuse.

Dans le triangle rectangle GAL
d'après le théorème de Pythagore
$GL^2 = GA^2 + AL^2$
$= 84^2 + 35^2$
$= 7056 + 1225 = 8281$

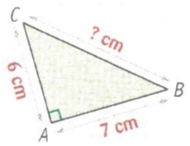
donc $GL = \sqrt{8281} = 91$ m.

Exercice 10 : Le triangle PIM, rectangle en P, est tel que PI = 68 mm et MI = 68,9 mm. Calculer la longueur du côté [PM].

Dans le triangle rectangle PIM
d'après le théorème de Pythagore
$IM^2 = PI^2 + PM^2$
$68{,}9^2 = 68^2 + PM^2$
donc $PM^2 = 4747{,}21 - 4624 = 123{,}21$

donc $PM = \sqrt{123{,}21} = 11{,}1$

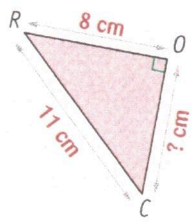
Exercice 11 : Calculer l'arrondi au millimètre près de la longueur du troisième côté du triangle rectangle ci-dessous.



Dans le triangle rectangle BAC
d'après le théorème de Pythagore
$BC^2 = BA^2 + AC^2$
$= 7^2 + 6^2$
$= 49 + 36$
$BC^2 = 85$

donc $BC = \sqrt{85} \simeq 9{,}2$

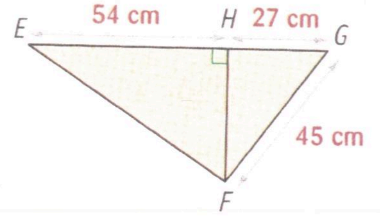
Exercice 12 : Calculer l'arrondi au millimètre près de la longueur du troisième côté du triangle rectangle ci-dessous.



Dans le triangle rectangle ROC
d'après le théorème de Pythagore
$RC^2 = RO^2 + OC^2$
$11^2 = 8^2 + OC^2$
donc $OC^2 = 121 - 64 = 57$

donc $OC = \sqrt{57} \simeq 7{,}5$

Exercice 13 : Les points E, H, G sont alignés.



1. Calculer la longueur HF.

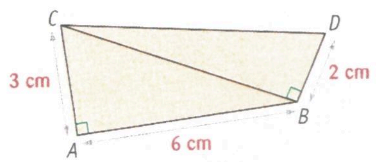
Dans le triangle rectangle FHG
d'après le théorème de Pythagore
$FG^2 = HG^2 + HF^2$
$45^2 = 27^2 + HF^2$
donc $HF^2 = 2025 - 729 = 1296$
donc $HF = \sqrt{1296} = 36$ cm.

2. En déduire une valeur approchée de la longueur EF.

Dans le triangle rectangle HEF
d'après le théorème de Pythagore
$EF^2 = EH^2 + HF^2$
$EF^2 = 54^2 + 36^2$
$= 2916 + 1296$
$= 4212$

donc $EF = \sqrt{4212} \simeq 64,9$ cm

Exercice 14 : Calculer la longueur CD.



Dans le triangle rectangle BAC
d'après le théorème de Pythagore
$BC^2 = BA^2 + AC^2 = 6^2 + 3^2 = 36 + 9 = 45$

Dans le triangle rectangle CBD
d'après le théorème de Pythagore
$CD^2 = CB^2 + BD^2$
$= 45 + 2^2 = 45 + 4 = 49$
donc $CD = \sqrt{49} = 7$.

Exercice 15 : ABC est un triangle rectangle en B tel que AB = 12 cm et BC = 9 cm. Calculer la longueur AC.

Dans le triangle rectangle ABC
d'après le théorème de Pythagore

$AC^2 = AB^2 + BC^2$
$= 12^2 + 9^2$
$= 144 + 81$
$= 225$

donc $AC = \sqrt{225} = 15$ cm.

Exercice 16 : EFG est un triangle rectangle en E tel que EG = 40 cm et FG = 41 cm. Calculer la longueur EF.

Dans le triangle rectangle EFG
d'après le théorème de Pythagore

$FG^2 = EF^2 + EG^2$
$41^2 = EF^2 + 40^2$

donc $EF^2 = 1681 - 1600 = 81$

donc $EF = \sqrt{81} = 9$ cm

Exercice 17 : ABC est un triangle rectangle en A tel que AB = 3 cm et AC = 4 cm. Calculer la longueur BC.

Dans le triangle rectangle ABC
d'après le théorème de Pythagore

$BC^2 = AB^2 + AC^2$
$= 3^2 + 4^2$
$= 12 + 16$
$= 28$

donc $BC = \sqrt{28} \approx 5,3$ cm

Exercice 18 : MNP est un triangle rectangle en M tel que MN = 6 dm et MP = 8 dm. Calculer la longueur NP.

Dans le triangle rectangle MNP
d'après le théorème de Pythagore

$NP^2 = MN^2 + MP^2$
$= 6^2 + 8^2$
$= 36 + 64$
$= 100$

donc $NP = \sqrt{100} = 10$ dm.

Exercice 19 : DSL est un triangle rectangle en S tel que : DS = 12 cm et DL = 13 cm. Calculer la longueur SL.

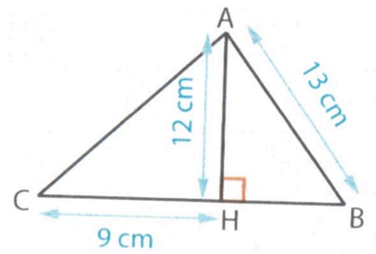
Dans le triangle rectangle DSL
d'après le théorème de Pythagore
$DL^2 = DS^2 + SL^2$
$13^2 = 12^2 + SL^2$
donc $SL^2 = 169 - 144 = 25$

donc $SL = \sqrt{25} = 5$

Exercice 20 : KFC est un triangle rectangle en F tel que KC = 20 cm et KF = 16 cm. Calculer la longueur CF.

Dans le triangle rectangle KFC
d'après le théorème de Pythagore
$KC^2 = KF^2 + FC^2$
$20^2 = 16^2 + FC^2$
donc $FC^2 = 400 - 256 = 144$
donc $FC = \sqrt{144} = 12$ cm.

Exercice 21 : On considère la figure ci-dessous.



1. Calculer HB.

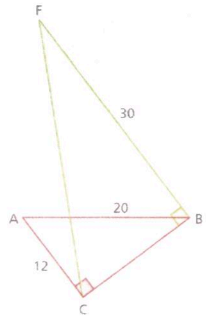
Dans le triangle rectangle ABH
d'après le théorème de Pythagore
$AB^2 = AH^2 + HB^2$
$13^2 = 12^2 + HB^2$
donc $HB^2 = 169 - 144$
$= 25$
donc $HB = \sqrt{25} = 5$ cm.

2. Calculer AC.

Dans le triangle rectangle AHC
d'après le théorème de Pythagore
$AC^2 = AH^2 + HC^2$
$= 12^2 + 9^2$
$= 144 + 81 = 225$

donc $AC = \sqrt{225} = 15$ cm.

Exercice 22 : Défi ! Calculer BC et FC.



Dans le triangle rectangle ABC

d'après le théorème de Pythagore

$AB^2 = AC^2 + CB^2$

$20^2 = 12^2 + CB^2$

donc $CB^2 = 400 - 144 = 256$

donc $CB = \sqrt{256} = 16$

Dans le triangle rectangle FBC

d'après le théorème de Pythagore

$FC^2 = FB^2 + BC^2$

$= 30^2 + 256$

$= 900 + 256$

$= 1156$

donc $FC = \sqrt{1156} = 34$.

Exercice 23 : Un rectangle MARS est tel que MA = 6,3 cm et AR = 8,4 cm. Calculer la longueur de ses diagonales. Justifier chaque réponse.

on sait que MARS est un rectangle

or si un quadrilatère est un rectangle alors ses diagonales sont de même longueur

donc MR = AS

Dans le triangle rectangle MAR

d'après le théorème de Pythagore

$MR^2 = MA^2 + AR^2$

$= 6{,}3^2 + 8{,}4^2$

$= 39{,}69 + 70{,}56$

$= 110{,}25$

donc $MR = \sqrt{110{,}25} = 10{,}5$ cm

donc MR = AS = 10,5 cm.

Exercice 24 : Un losange ABCD de centre O est tel que : AC = 12 cm et BD = 16 cm. Calculer la longueur AB.

on sait que ABCD est un losange

or si un quadrilatère est un losange alors ses diagonales se coupent en leurs milieux perpendiculairement

donc $(AC) \perp (BD)$

et O milieu de [AC] et [BD].

Dans le triangle rectangle ABO

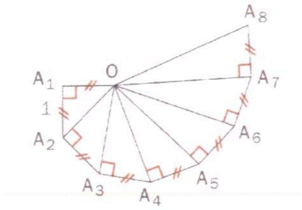
d'après le théorème de Pythagore

$$AB^2 = AO^2 + OB^2$$
$$= 6^2 + 8^2$$
$$= 36 + 64$$
$$= 100$$

donc $AB = \sqrt{100} = 10$ cm.

J'ai travaillé dans le triangle rectangle d'hypoténuse [AB].

Exercice 25 : L'escargot de Pythagore



a. Calculer les valeurs exactes des longueurs OA_2, OA_3, OA_4 et OA_5.

Dans le triangle OA_1A_2 rectangle d'après le théorème de Pythagore

$OA_2^2 = OA_1^2 + A_1A_2^2$

$= 1^2 + 1^2 = 2$ donc $OA_2 = \sqrt{2}$

Dans le triangle rectangle OA_2A_3 d'après le théorème de Pythagore

$OA_3^2 = OA_2^2 + A_2A_3^2 = 2 + 1 = 3$ donc $OA_3 = \sqrt{3}$

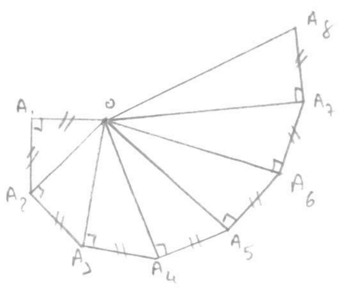
De même $OA_4 = \sqrt{4} = 2$

et $OA_5 = \sqrt{5}$

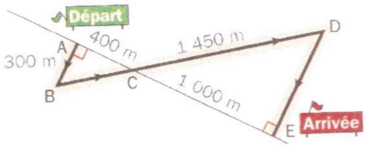
b. Quelle sera la longueur OA_{15} ?

La longueur OA_{15} sera $\sqrt{15}$.

c. Reproduire la figure.



Exercice 26 : Des élèves participent à une course à pied. Avant l'épreuve, on leur remet le plan suivant. Calculer la longueur du parcours ABCDE en mètres.



Dans le triangle rectangle ABC : d'après le théorème de Pythagore

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

$= 300^2 + 400^2 = 90000 + 160000 = 250000$

donc $BC = \sqrt{250000} = 500$

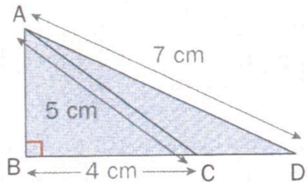
Dans le triangle rectangle CDE : d'après le théorème de Pythagore

$CD^2 = DE^2 + CE^2$ donc $ED^2 = 2102500 - 1000000 = 1102500$

donc $ED = \sqrt{1102500} = 1050$

$ABCDE = 300 + 500 + 1450 + 1050 = 3300$ m.

Exercice 27 : On donne la figure ci-dessous.



a. Calculer AB en cm.

Dans le triangle rectangle ABC

D'après le théorème de Pythagore

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$5^2 = 4^2 + AB^2$

donc $AB^2 = 25 - 16 = 9$ donc $AB = \sqrt{9} = 3$ cm.

b. En déduire BD en cm.

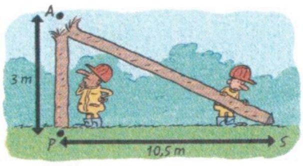
Dans le triangle rectangle ABD

d'après le théorème de Pythagore

$AD^2 = AB^2 + BD^2$

$7^2 = 3^2 + BD^2$ donc $BD^2 = 49 - 9 = 40$ donc $BD = \sqrt{40} \approx 6,3$ cm.

Exercice 28 : La foudre



La foudre est tombée sur un poteau électrique. Le poteau est cassé à 3m du sol. Son sommet touche le sol à 10,5 m du pied. Quelle était, au mètre près, la hauteur du poteau avant son foudroiement ?

Dans le triangle rectangle PAS

d'après le théorème de Pythagore

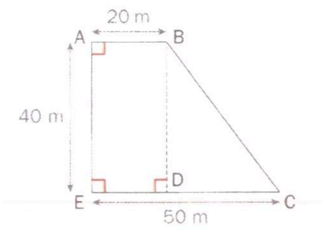
$AS^2 = AP^2 + PS^2$

$AS^2 = 3^2 + 10,5^2 = 9 + 110,25 = 119,25$

donc $AS = \sqrt{119,25} \simeq 11$

donc le poteau mesurait $11 + 3 = 14$ m avant son fuclroiement.

Exercice 29 : Pierre vient d'acheter un terrain représenté par la figure ci-dessous.



1. Il souhaite semer du gazon sur tout le terrain. Il achète des sacs de 15 kg sur lesquels est indiqué « 1 kg pour 35m^2 ». Combien de sacs de graines de gazon Pierre devra-t-il acheter ?

Aire de ABDE en m^2 : $\mathcal{A}(ABDE) = 20 \times 40 = 800$ m^2

Aire de BDC en m^2 : $\mathcal{A}(BDC) = \dfrac{40 \times 30}{2} = 600$ m^2

surface du terrain en m^2 : $800 + 600 = 1400$ m^2

Masse de gazon à acheter : $1400 \div 35 = 40$

Nombre de sacs à acheter : $40 \div 15 \simeq 2,7$

Pierre doit acheter 3 sacs.

2. Il voudrait également délimiter son jardin. Il dispose de 150 m de grillage. Est-ce suffisant ? Justifier.

Dans le triangle rectangle BDC
d'après le théorème de Pythagore

$BC^2 = BD^2 + DC^2$
$= 40^2 + 30^2$
$= 1600 + 900 = 2500$

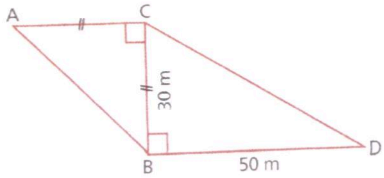
donc $BC = \sqrt{2500} = 50$ m

$\mathcal{P}(ABCE) = AB + BC + CE + EA = 20 + 50 + 50 + 40 = 160$ m.

$160 < 150$

donc Pierre n'aura pas suffisament de grillage.

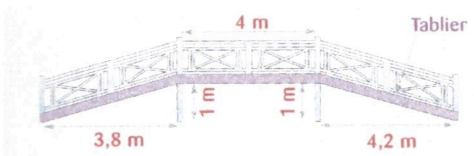
Exercice 30 : Dans la figure ci-dessous, calculer CD puis AB (en donnant une valeur approchée au dixième de mètre).



Dans le triangle rectangle BCD
d'après le théorème de Pythagore
$CD^2 = BC^2 + BD^2$
$= 30^2 + 50^2 = 900 + 2500 = 3400$
donc $CD = \sqrt{3400} \approx 58{,}3$ m

Dans le triangle rectangle ABC
d'après le théorème de Pythagore
$AB^2 = AC^2 + CB^2 = 30^2 + 30^2 = 900 + 900 = 1800$
donc $AB = \sqrt{1800} \approx 42{,}4$ m.

Exercice 31 : Architecture



1. Déterminer une valeur approchée, au centimètre près, de la longueur du tablier de ce pont.

Longueur du tablier ℓ en m.
d'après le théorème de Pythagore
$a^2 = 4{,}2^2 + 1^2$ $b^2 = 3{,}8^2 + 1^2$
$= 17{,}64 + 1$ $= 14{,}44 + 1$
$= 18{,}64$ $= 15{,}44$
donc $a = \sqrt{18{,}64} \approx 4{,}32$ m. donc $b = \sqrt{15{,}44} \approx 3{,}93$ m
Le tablier a une longueur de 12,25 m.

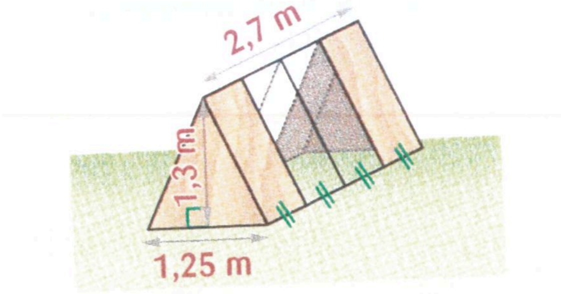
2. Ce pont a une largeur de 1,5 m. En déduire une valeur approchée de l'aire du plancher constituant le sol du pont.

$\mathcal{A}(\text{plancher}) = 1{,}5 \times 3{,}93 + 1{,}5 \times 4 + 1{,}5 \times 4{,}32$
$= 5{,}895 + 6 + 6{,}48$
$= 18{,}375$ m²

Le plancher a une surface de 18,375 m².

Exercice 32 : Géométrie dans l'espace

Un poulailler a la forme d'un prisme droit dont les bases sont des triangles isocèles. On veut peindre la partie extérieure recouverte de lambris.



1. Calculer une valeur approchée de l'aire de la surface à peindre.

on calcule la longueur des côtés du triangle isocèle ℓ :
d'après le théorème de Pythagore
$\ell^2 = 1,3^2 + 0,625^2$
$= 1,69 + 0,390625 = 2,080625$ donc $\ell \approx 1,44$ m.

$\mathcal{A}$ (surface à peindre) $= \frac{1,3 \times 1,25}{2} + \frac{1,3 \times 1,25}{2} + 1,44 \times 0,675 \times 4$
$= 5,513 m^2$

2. Un pot de peinture couvre 2,5 m^2 de lambris. Combien de pots doit-on acheter pour pouvoir passer deux couches de peinture sur le lambris ?

Pour pouvoir passer deux couches de lambris, on doit acheter 2 pots de lambris.