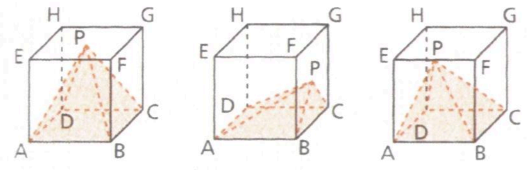
Chapitre 2 : Volumes

Exercice 1 : ABCDEFGH est un cube d'arête 6 cm. Dans chacun des cas suivants, calculer le volume de la pyramide ABCDP.

a) P est le centre du carré EFGH. **b)** P est le centre du carré BCGF. **c)** P est le milieu de l'arête [EF].



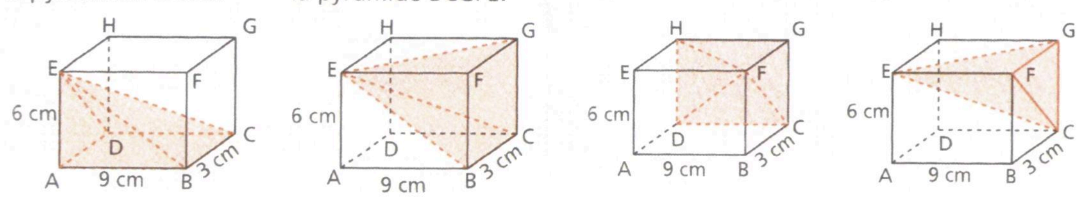
a) $V = \frac{1}{3} \times B \times h = \frac{1}{3} \times 6 \times 6 \times 6 = 72 \text{ cm}^3$

b) $V = \frac{1}{3} \times B \times h = \frac{1}{3} \times 6 \times 6 \times 3 = 36 \text{ cm}^3$

c) $V = \frac{1}{3} \times B \times h = \frac{1}{3} \times 6 \times 6 \times 6 = 72 \text{ cm}^3$

Exercice 2 : ABCDEFGH est un pavé droit. Calculer le volume de la pyramide représentée.

a) Volume de la pyramide ABCDE. **b)** Volume de la pyramide BCGFE. **c)** Volume de la pyramide CDHGF. **d)** Volume de la pyramide CFGE.



a) $V = \frac{1}{3} \times 9 \times 3 \times 6 = 54 \text{ cm}^3$

b) $v = \frac{1}{3} \times 3 \times 6 \times 9 = 54 \text{ cm}^3$

c) $v = \frac{1}{3} \times 9 \times 6 \times 3 = 54 \text{ cm}^3$

d) $v = \frac{1}{3} \times \frac{3 \times 6}{2} \times 9 = \frac{1}{3} \times 9 \times 9 = 27 \text{ cm}^3$

Exercice 3 : ***La pyramide de Khéops est une pyramide à base carré de 230,35 m de côté et de 137 m de hauteur. Calculer son volume (arrondir au m^3).***

Volume de la pyramide de Khéops en m^3

$v = \frac{1}{3} \times 230{,}35 \times 230{,}35 \times 137$

$= 2423125 \text{ m}^3$

Le volume de la pyramide est de $2{,}423125 \text{ hm}^3$

Exercice 4 : ***Une pyramide a pour hauteur 7 cm et pour base un carré de côté 9 cm. Donner la valeur exacte du volume de la pyramide.***

Volume de la pyramide en cm^3

$v = \frac{1}{3} \times 7 \times 9 \times 9 = 189$

Le volume est de 189 cm^3

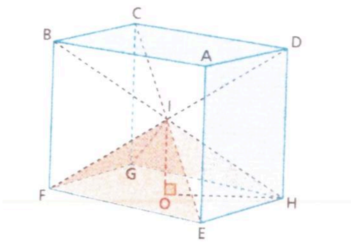
Exercice 5 : ***Une pyramide a pour base un rectangle de longueur 260 cm et de largeur 15 dm. La hauteur de la pyramide est de 48 dm. Donner la valeur exacte du volume de la pyramide.***

Volume de la pyramide en dm^3

$v = \frac{1}{3} \times 26 \times 15 \times 48 = 6240 \text{ dm}^3$

Le volume de la pyramide est de $6{,}240 \text{ m}^3$.

Exercice 6 : On considère un cube d'arête 12 cm et de centre I ainsi que la pyramide EFGHI.



1. a) Combien faut-il de pyramides identiques à EFGHI pour obtenir ce cube ?

Il faut 6 pyramides pour obtenir ce cube.

b) Quelle est la hauteur de cette pyramide et combien mesure-t-elle ?

La pyramide a une hauteur de 6 cm et c'est le segment [IG].

2. Calculer, de deux façons différentes, le volume de cette pyramide.

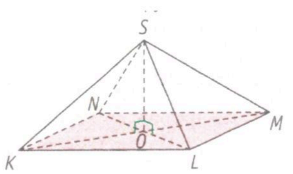
Volume de la pyramide en cm^3

méthode 1 : $V = 12 \times 12 \times 12 \div 6 = 1728 \div 6 = 288$

méthode 2 : $V = \frac{1}{3} \times 12 \times 12 \times 6 = 288$.

Le volume de la pyramide est de 288 cm^3.

Exercice 7 : KLMN est un rectangle. On donne : KL = 8 cm, LM = 7 cm et SO = 4,5 cm. Calculer le volume de la pyramide SKLMN.



Volume de la pyramide en cm^3 :

$V = \frac{1}{3} \times 8 \times 7 \times 4,5 = 84$

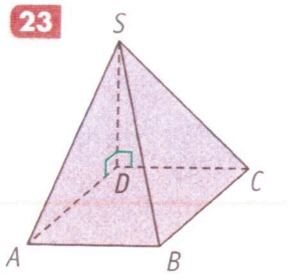
Le volume de la pyramide est de 84 cm^3

Exercice 8 : ABCD est un carré. On donne : AB = 5 cm et SD = 4 cm. Calculer la valeur exacte du volume de la pyramide SABCD.

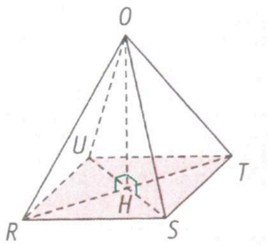
Volume de la pyramide en cm^3:

$V = \frac{1}{3} \times 5 \times 5 \times 4 = \frac{100}{3}$

Le volume de la pyramide est de $\frac{100}{3}$ cm^3



Exercice 9 : La pyramide ORSTU a pour base un losange tel que : RT = 6 cm et US = 4 cm. On donne : OH = 8 cm.



1. a) Quelle est la nature du triangle HTS ? Justifier la réponse.

on sait que RUTS est un losange
or si un quadrilatère est un losange alors ses diagonales se coupent en leur milieu perpendiculairement
donc $(HS) \perp (HT)$
donc HTS et un triangle rectangle.

b) Calculer l'aire du triangle HTS.

Aire du triangle en cm^2

$A(HTS) = \frac{2 \times 3}{2} = 3$

HTS à une aire de 3 cm^2

2. Calculer le volume de la pyramide ORSTU.

Volume de la pyramide en cm^3

$V = \frac{1}{3} \times 4 \times 3 \times 8 = 32$

La pyramide a un volume de 32 cm^3.

Exercice 10 : On considère une pyramide à base rectangulaire de longueur 5 cm et de largeur 3 cm. Son volume est égal à 60 cm³. Calculer la hauteur de cette pyramide.

hauteur de la pyramide en cm :

$V = \frac{1}{3} \times B \times h$ donc $h = 3 \times V : B = 3 \times 60 : (5 \times 3)$
$= 12.$

La pyramide a une hauteur de 12 cm.

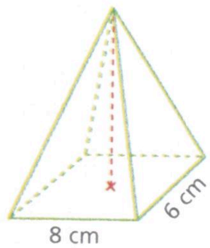
Exercice 11 : On considère une pyramide de hauteur de 12 cm et de volume 56 cm³. Calculer l'aire de sa base.

Aire de la base en cm²

$V = \frac{1}{3} \times B \times h$ donc $B = 3 \times V \div h = 3 \times 56 : 12 = 14$

La base a une aire de 14 cm²

Exercice 12 : La pyramide à base rectangulaire représentée ci-contre a un volume de 480 cm³. Combien mesure la hauteur de la pyramide ?



hauteur de la pyramide en cm

$V = \frac{1}{3} \times B \times h$ donc $h = 3 \times V \div B$
$= 3 \times 480 : (8 \times 6)$
$= 30$

La hauteur de la pyramide est de 30 cm.

Exercice 13 : Un cône de révolution a pour hauteur 15 cm et une base de rayon 12 cm. Donner la valeur exacte du volume de ce cône de révolution.

Volume du cône de révolution en cm³

$V = \frac{1}{3} \times B \times h = \frac{1}{3} \times \pi \times 12^2 \times 15 = 720\pi$

Le volume du cône est de 720π cm³.

Exercice 14 : Un cône de révolution a pour hauteur 7 cm et une base de rayon 5 cm. Donner la valeur exacte du volume de ce cône de révolution.

Volume du cône de révolution en cm³

$V = \frac{1}{3} \times B \times h = \frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 7 = \frac{175}{3} \times \pi$

Le volume du cône est de $\frac{175}{3}\pi$ cm³.

Exercice 15 : Un cône de révolution a pour hauteur 4 cm et une base de diamètre 13 cm. Donner la valeur exacte du volume de ce cône de révolution.

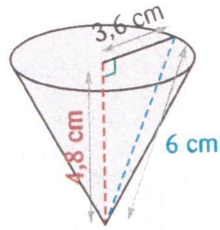
Volume du cône de révolution en cm³

$V = \frac{1}{3} \times B \times h = \frac{1}{3} \times \pi \times 6{,}5^2 \times 4 = \frac{169}{3}\pi$

Le volume du cône est de $\frac{169}{3}\pi$ cm³

Exercice 16 : On considère le cône de révolution ci-contre.

1. A quoi correspond la mesure :



3,6 cm ?	rayon de la base
4,8 cm ?	hauteur du cône
6 cm ?	longueur d'une génératrice

2. Calculer le volume de ce solide, arrondi au cm³ près.

Volume du cône en cm³ :

$V = \frac{1}{3} \times B \times h = \frac{1}{3} \times \pi \times 3{,}6^2 \times 4{,}8 \approx 65$ cm³

Le volume du cône est de 65 cm³.

Exercice 17 :

Lorsque du sable tombe d'un tapis transporteur, il forme un tas conique dont le rayon est environ 1,7 fois plus grand que la hauteur. Quel est le volume d'un tas de sable de 4 m de hauteur (arrondir au m³) ?

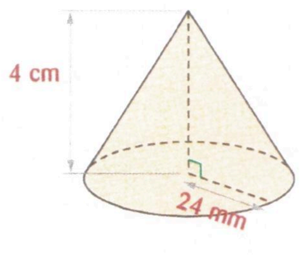
rayon du cône : $4 \times 1{,}7 = 6{,}8$

volume du tas de sable en m³

$V = \frac{1}{3} \times B \times h = \frac{1}{3} \times \pi \times 6{,}8^2 \times 4 \approx 194$

Le volume du tas de sable est de 194 m³.

Exercice 18 : Calculer, en mm³, la valeur exacte du volume de ce cône de révolution, puis donner son arrondi à l'unité.



Volume du cône de révolution en cm³

$V = \frac{1}{3} \times B \times h = \frac{1}{3} \times \pi \times R^2 \times h = \frac{1}{3} \times \pi \times 2{,}4^2 \times 4$

$= 7{,}68\pi$

≈ 24 cm³

Le volume du cône est d'environ 24 cm³

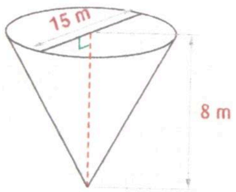
Exercice 19 : Calculer la valeur exacte du volume d'un cône de révolution de hauteur 12 cm et dont la base a pour rayon 11 cm.

Volume du cône de révolution en cm^3

$V = \frac{1}{3} \times \pi \times 11^2 \times 12 = 484\pi$

Le volume du cône est de $484 \times \pi$ cm^3.

Exercice 20 :



1. Calculer la valeur exacte du volume du cône de révolution ci-dessus.

Volume du cône en m^3

$V = \frac{1}{3} \times \pi \times 7{,}5^2 \times 8 = 150\pi$

Le volume du cône est de 150π m^3

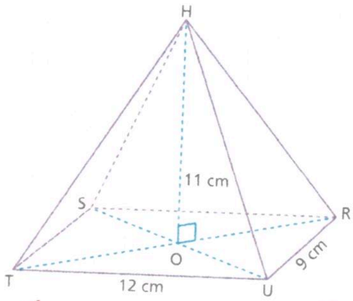
2. Calculer le volume de ce cône, arrondi au dm^3 près.

$V = 150\pi \approx 471{,}239$

Le volume du cône est de $471{,}239$ m^3

Exercice 21 : HRSTU est une pyramide dont la base est un rectangle de centre O tel que UR = 9 cm et TU = 12 cm, avec la hauteur OH = 11 cm.

1. En justifiant, calculer TR puis OR.



Dans le triangle rectangle TUR
d'après le théorème de Pythagore
$TR^2 = TU^2 + UR^2$
$= 12^2 + 9^2 = 144 + 81 = 225$
donc $TR = \sqrt{225} = 15$ cm

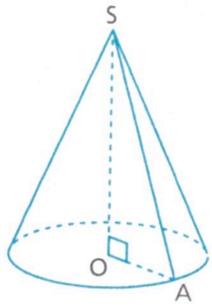
On sait que TURS est un rectangle
or si un quadrilatère est un rectangle alors ses diagonales se coupent en leurs milieux
donc O milieu de [TR]

donc OR = 7,5 cm.

2. En justifiant, calculer la longueur de l'arête [HR] (arrondir au mm).

Dans le triangle rectangle HOR
d'après le théorème de Pythagore
$HR^2 = HO^2 + OR^2$
$= 11^2 + 7,5^2 = 121 + 56,25 = 177,25$
donc $HR = \sqrt{177,25} \simeq 13,3$ cm.

Exercice 22 : On considère le cône de révolution ci-contre SA = 13 cm et OA = 5 cm.



1. Calculer OS.

Dans le triangle rectangle SOA
d'après le théorème de Pythagore

$SA^2 = SO^2 + OA^2$
donc $SO^2 = SA^2 - OA^2$
$= 13^2 - 5^2$
$= 169 - 25$
$= 144$
donc $SO = \sqrt{144} = 12$ cm.

2. Déduire de la question précédente la valeur exacte, en cm^3, du volume de ce cône, puis donner son arrondi au dixième de cm^3.

Volume du cône de révolution en cm^3

$V = \frac{1}{3} \times B \times h$

$= \frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 12$

$= 100\pi$

$\simeq 314,2$

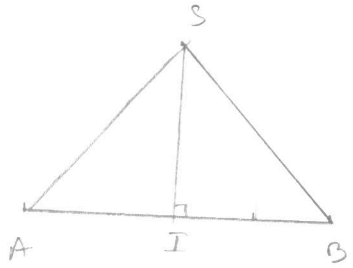
Le volume du cône est de 314,2 cm^3.

Exercice 23 : Extrait de brevet.

L'unité de longueur est le mètre.

Première partie : Un triangle isocèle SAB est tel que SA = SB = 6 et AB = 8.

1. Construire ce triangle à l'échelle $\frac{1}{200}$. Justifier.



6 m = 600 cm   8 m = 800 cm

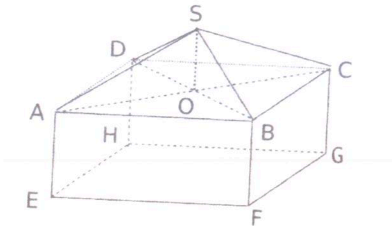
longueur réelle en cm	200	600	800
longueur plan en cm	1	3	4

2. Tracer la hauteur qui passe par le sommet S. Cette hauteur coupe le côté [AB] au point I. Expliquer pourquoi AI = 4.

on sait que ABS est un triangle isocèle en S
or si un triangle est isocèle alors la hauteur, médiane et bissectrice issues du sommet principal et la médiatrice issue de son côté opposé sont confondues
donc I milieu de [AB]

donc AI = 4

Deuxième partie : On rappelle que l'unité de longueur est le mètre. Un « fare potee » a la forme d'un parallélépipède rectangle surmonté d'un toit pyramidal. On a AB = 8 ; SA = 6 et AE = 3.



Ce « fare potee » est représenté ci-contre par le pavé droit ABCDEFGH et la pyramide régulière SABCD de base carrée.

On donnera les valeurs arrondies au centimètre.

1. ABCD est un carré de centre O. Calculer AO.

Dans le triangle rectangle ABC
d'après le théorème de Pythagore
$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 8^2 + 8^2 = 64 + 64 = 128$
donc $AC = \sqrt{128} \approx 11,3$

donc $AO \approx 5,65$

2. Sachant que le triangle SOA est rectangle en O, calculer SO.

Dans le triangle rectangle SOA
d'après le théorème de Pythagore

$SA^2 = SO^2 + OA^2$
donc $SO^2 = SA^2 - OA^2 = 6^2 - 5,65^2 = 4,0775$
donc $SO = \sqrt{4,0775} \approx 2,01$

3. Pour la suite du problème, on prendra SO = 2.

a) Calculer le volume V_1 du parallélépipède rectangle ABCDEFHG.

Volume du parallélépipède rectangle en m^3

$V_1 = 8 \times 8 \times 3 = 192$

Le volume du parallélépipède est de $192 m^3$.

b) Calculer le volume V_2 de la pyramide SABCD.

Volume de la pyramide en m^3

$v_2 = \frac{1}{3} \times B \times h = \frac{1}{3} \times 8 \times 8 \times 2 \approx 43$

Le volume de la pyramide est d'environ $43 m^3$

c) En déduire le volume V_3 de ce « fare potee ».

Volume du «fare potee» en m^3

$v_3 = v_1 + v_2 = 192 + 43 = 235$

Le «fare potee» a un volume de $235 m^3$.