Chapitre 4 : Calcul littéral : double distributivité

Exercice 1 : Voici un programme de calcul.

- Choisir un nombre
- Le multiplier par 3
- Soustraire 4
- Calculer le carré du résultat précédent

A. On choisit 2, puis -1 comme nombre de départ. Quels résultats obtient-on avec ce programme ? Détailler les calculs.

- $\boxed{2} \times 3 = 6$
- $6 - 4 = 2$
- $2^2 = 4$

- $\boxed{-1} \times 3 = -3$
- $-3 - 4 = -7$
- $(-7)^2 = 49$

B. On appelle x le nombre de départ. Exprimer en fonction de x le résultat final sous forme factorisée puis sous forme développée.

- $\boxed{x} \times 3 = 3x$
- $3x - 4$
- $(3x-4)^2 = (3x-4) \times (3x-4)$
  $= 3x \times 3x - 3x \times 4 - 4 \times 3x + 4 \times 4$
  $= 9x^2 - 12x - 12x + 16$
  $= 9x^2 - 24x + 16$

Exercice 2 : Voici deux programmes de calcul.

- Choisir un nombre - Ajouter 1 - Calculer le carré de la somme obtenue - Soustraire le carré du nombre de départ

- Choisir un nombre - Ajouter 1 au double de ce nombre

A. On choisit 5, puis -1 comme nombre de départ. Quels résultats obtient-on avec chacun des programmes ? Détailler les calculs.

programme ①		programme ②	
• $\boxed{5} + 1 = 6$ • $6^2 = 36$ • $36 - 5^2 = 36 - 25$ $= 11$	$\boxed{-1} + 1 = 0$ $0^2 = 0$ $0 - (-1)^2 =$ -1	$\boxed{5} \times 2 = 10$ $10 + 1 = 11$	$\boxed{-1} \times 2 = -2$ $-2 + 1 = -1$

B. Démontrer que les résultats obtenus avec les deux programmes sont toujours égaux, quel que soit le nombre choisi.

programme ①	programme ②
• $\boxed{x} + 1 =$ • $(x+1)^2 = (x+1) \times (x+1)$ $= x^2 + 1x + 1x + 1$ $= 2x + 1 + x^2$ • $x^2 + 2x + 1 - x^2 = 2x + 1$	• $\boxed{x} \times 2 = 2x$ • $2x + 1$ • $2x + 1 = 2x + 1$

Exercice 3 : Dans chaque cas, réduire, si possible, l'expression proposée.

a. $5x \times 3 =$ $15x$
b. $2x - 12x =$ $-10x$
c. $2 + 4x =$ $2 + 4x$
d. $3x^2 - 8x^2 =$ $-5x^2$
e. $5x \times 2x =$ $10x^2$
f. $4x \times x^2 =$ $4x^3$
g. $5x^3 + 3x^2 =$ $5x^3 + 3x^2$
h. $9x^2 + x^2 =$ $10x^2$
i. $2x \times 3y =$ $6xy$
j. $3x + 4y - 2x + y =$ $x + 5y$

Exercice 4 : Développer les expressions suivantes.

A = 2 (x + 8)

$A = 2x + 2 \times 8$

$A = 2x + 16$

B = 3(x - 2)

$B = 3 \times x - 3 \times 2$

$B = 3x - 6$

C = -4 (8 +2x)

$C = -4 \times 8 + (-4) \times 2x$

$C = -32 - 8x$

D = -3 (x -7)

$D = -3 \times x + (-3) \times (-7)$

$= -3x + 21$

E = -4x (3x -2)

$E = -4x \times 3x + (-4x) \times (-2)$

$E = -12x^2 + 8x$

F = (5x - 1) x x

$F = 5x \times x - 1 \times x$

$F = 5x^2 - x$

Exercice 5 : Développer les expressions suivantes.

A = 5 (x + 3)

$A = 5x + 5 \times 3$

$A = 5x + 15$

B = -2 x (a + 5)

$B = -2 \times a + (-2) \times 5$

$B = -2a - 10$

C = (y - 3) x 6

$C = 6 \times y - 6 \times 3$

$C = 6y - 18$

D = -4 (2 - b)

$D = -4 \times 2 + (-4) \times (-b)$

$D = -8 + 4b$

E = 7 (-z - 4)

$E = 7 \times (-z) - 7 \times 4$

$E = -7z - 28$

F = -2 (- C + 1)

$F = -2 \times (-c) + (-2) \times 1$

$F = 2c - 2$

Exercice 6 : Factoriser les expressions suivantes.

A = (-7) x x + (-7) x 5 = $-7(x + 5)$

B = 9 x a + 9 x 3 = $9(a + 3)$

C = 5 x 7 - 5 x y = $5(7 - y)$

D = b x b - 2b = $b(b - 2)$

Exercice 7 : Factoriser les expressions suivantes.

A = 2a + 2b = 2(a+b)

B = 4c + 12 = 4c + 4×3 = 4(c+3)

C = 2 - 6d = 2×1 - 2×3d = 2(1-3d)

D = $5e^2$ - 3e = e(5e-3)

E = $5x^2$ - 5 = $5x^2$ - 5×1 = 5(x^2-1)

F = f - $4f^2$ = 1×f - 4×f×f = f(1-4f)

G = x^3 - $3x^2$ = x^2×x - $3x^2$ = x^2(x-3)

H = $9a^2$ - 6a + 12 = 3×$3a^2$ - 3×2a + 3×4
= 3($3a^2$ - 2a + 4)

Exercice 8 : Développer les expressions suivantes.

A = 2x (4 + 9x)

A = 2x×4 + 2x×9x
A = 8x + $18x^2$

B = (3 - 2x) × 7x

B = 7x×3 - 2x×7x
B = 21x - $14x^2$

C = 3x (x -11) + 7

C = 3x×x - 3x×11 + 7
C = $3x^2$ - 33x + 7

D = 2 + 5x (4 + 3x)

D = 2 + 5x×4 + 5x×3x
D = 2 + 20x + $15x^2$

Exercice 9 : Ecrire sans parenthèses et réduire les expressions suivantes.

A = -9 (2x + 3)

A = -9×2x + (-9)×3
A = -18x + (-27) = -18x - 27

B = 7 - (- 5x + 4)

B = 7 + 5x - 4
B = 3 + 5x

C = -4x + (3 -x)

C = -4x + 3 - x
C = -5x + 3

D = -3x (-x + 8)

$= -3x \times (-x) + (-3x) \times 8$

$= 3x^2 - 24x$

Exercice 10 : Supprimer les parenthèses.

A = 5 + (-x + y)

$= 5 - x + y$

C = x + (-5 + y - z)

$= x - 5 + y - z$

B = -2a + (b- 7)

$= -2a + b - 7$

D = -6 + (-a^2 - 3a)

$= -6 + a^2 - 3a$

Exercice 11 : Ecrire sans parenthèses.

A = 4 - (-x + 7)

$= 4 + x - 7 = -3 + x$

C = x - (- 4 + y - z)

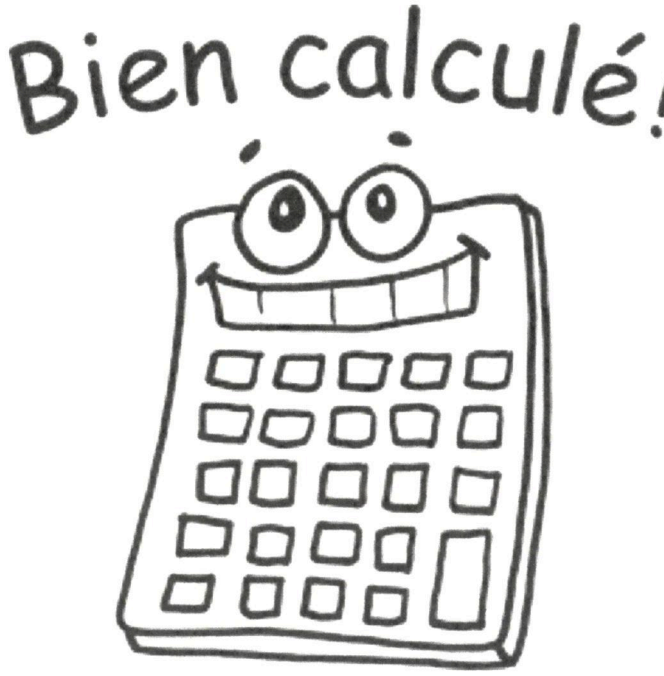
$= x + 4 - y + z$

B = -3a - (b- 5)

$= -3a - b + 5$

D = -7 - (-a^2 - 2a)

$= -7 + a^2 + 2a$



Exercice 12 : Supprimer les parenthèses, puis réduire.

$A = 3x + 5 - (2x + 7) + (8 - 5x)$

$A = 3x + 5 - 2x - 7 + 8 - 5x$

$A = -4x + 6$

$B = -b + 4 + (3b - 2) - (8b - 5)$

$B = -b + 4 + 3b - 2 - 8b + 5$

$B = -6b + 7$

$C = 6 - 5c + 3c - (4 - 6c) + 5 + (7 - 2c)$

$C = 6 - 5c + 3c - 4 + 6c + 5 + 7 - 2c$

$C = 14 + 2c$

$D = d - 1 - (3d + 4) + (5 - 4d) - (7d + 5) + 5$

$D = d - 1 - 3d - 4 + 5 - 4d - 7d - 5 + 5$

$D = -13d$

Exercice 13 : Développer et réduire les expressions suivantes

$A = (7x + 3)(x + 5)$

$A = 7x \times x + 7x \times 5 + 3 \times x + 3 \times 5$

$A = 7x^2 + 35x + 3x + 15$

$A = 7x^2 + 38x + 15$

$B = (5 - 2x)(3x - 6)$

$B = 5 \times 3x - 5 \times 6 - 2x \times 3x + (-2x) \times (-6)$

$B = 15x - 30 - 6x^2 + (12x)$

$B = 15x + 12x - 30 - 6x^2 = -6x^2 + 27x - 30$

$C = (3x + 1)(-5x + 3)$

$C = 3x \times (-5x) + 3x \times 3 + 1 \times (-5x) + 1 \times 3$

$C = -15x^2 + 9x + (-5x) + 3 = -15x^2 + 9x - 5x + 3$

$C = -15x^2 + 4x + 3$

$D = (7x - 2)^2$

$D = (7x - 2)(7x - 2)$

$D = 7x \times 7x - 7x \times 2 - 2 \times 7x + (-2) \times (-2)$

$D = 49x^2 - 14x - 14x + (+4) = 49x^2 - 28x + 4$

$E = (-4x - 2)(-x + 8)$

$E = -4x \times (-x) + (-4x) \times 8 - 2 \times (-x) + (-2) \times 8$

$E = 4x^2 + (-32x) - (-2x) + (-16)$

$E = 4x^2 - 32x + 2x - 16 = 4x^2 - 30x - 16$

F = 4(2x -1) (-x + 3)

$F = (4 \times 2x - 4 \times 1)(-x+3) = (8x-4)(-x+3)$

$F = 8x \times (-x) + 8x \times 3 - 4 \times (-x) + (-4) \times 3$

$F = -8x^2 + 24x - (-4x) + (-12) = -8x^2 + 24x + 4x - 12$

$= -8x^2 + 28x - 12$

Exercice 14 : Développer et réduire les expressions suivantes

A = (x +5) (x + 4)

$A = x \times x + x \times 4 + 5 \times x + 5 \times 4$

$A = x^2 + 4x + 5x + 20$

$A = x^2 + 9x + 20$

B = (2x + 1) (x + 7)

$B = 2x \times x + 2x \times 7 + 1 \times x + 1 \times 7$

$B = 2x^2 + 14x + x + 7$

$B = 2x^2 + 15x + 7$

C = (x +6) (3x - 4)

$C = x \times 3x - x \times 4 + 6 \times 3x + 6 \times (-4)$

$C = 3x^2 - 4x + 18x - 24$

$C = 3x^2 + 14x - 24$

D = (2x - 5) (3x + 1)

$D = 2x \times 3x + 2x \times 1 - 5 \times 3x + (-5) \times 1$

$D = 6x^2 + 2x - 15x + (-5)$

$D = 6x^2 - 13x - 5$

Exercice 15 : Développer et réduire les expressions suivantes

A = (-x + 2) (x - 5)

$A = -x \times x + (-x) \times (-5) + 2 \times x + 2 \times (-5)$

$A = -x^2 + (+5x) + 2x - 10$

$A = -x^2 + 5x + 2x - 10 = -x^2 + 7x - 10.$

B = (2x - 7) (6 -x)

$B = 2x \times 6 + 2x \times (-x) - 7 \times 6 + (-7) \times (x)$

$B = 12x - 2x^2 - 42 + (+x)$

$B = -2x^2 + 12x + x - 42 = -2x^2 + 13x - 42$

$C = (8 - 3x)(3x - 2)$

$C = 8 \times 3x - 8 \times 2 - 3x \times 3x + (-3x) \times (-2)$

$C = 24x - 16 - 9x^2 + (+6x)$

$C = -9x^2 + 24x + 6x - 16 = -9x^2 + 30x - 16$

$D = (-2x + 1)(-x + 9)$

$D = -2x \times (-x) + (-2x) \times 9 + 1 \times (-x) + 1 \times 9$

$D = 2x^2 + (-18x) + (-x) + 9$

$D = 2x^2 - 18x - x + 9 = 2x^2 - 19x + 9$

Exercice 16 : Ecrire les expressions suivantes sans parenthèses

$A = 2x + 5(8 - x)$

$A = 2x + 5 \times 8 - 5 \times x$

$A = 2x + 40 - 5x$

$A = -3x + 40$.

$B = (2x + 5) + (8 - x)$

$B = 2x + 5 + 8 - x$

$B = x + 13$

$C = (2x + 5)(8 - x)$

$C = 2x \times 8 - 2x \times x + 5 \times 8 + 5 \times (-x)$

$C = 16x - 2x^2 + 40 - 5x$

$C = -2x^2 + 11x + 40$

$D = (2x + 5) \times 8 - x$

$D = 8 \times 2x + 8 \times 5 - x$

$D = 16x + 40 - x$

$D = 15x + 40$

$E = (2x - 5) - (8 - x)$

$E = 2x - 5 - 8 + x$

$E = 3x - 13$

Exercice 17 : Développer et réduire les expressions suivantes

$A = 3(x + 8) + 4(7x + 2)$

$A = 3x + 3 \times 8 + 4 \times 7x + 4 \times 2$
$A = 3x + 24 + 28x + 8$
$A = 31x + 32$

$B = 5(x - 1) - 7x(2 + 3x)$

$B = 5 \times x - 5 \times 1 - (7x \times 2 + 7x \times 3x)$
$B = 5x - 5 - (14x + 21x^2) = 5x - 5 - 14 - 21x^2$
$B = -21x^2 + 5x - 19$

$C = 2x(4 - 5x) - (x - 7)$

$C = 2x \times 4 - 2x \times 5x - x + 7$
$C = 8x - 10x^2 - x + 7$
$C = -10x^2 + 7x + 7$

$D = (3 - 8x) - 5(4x - 7)$

$D = 3 - 8x - (5 \times 4x - 5 \times 7)$
$D = 3 - 8x - (20x - 35)$
$D = 3 - 8x - 20x + 35 = -28x + 38$

$E = 7(3 - 2x) - 4x(2x - 1)$

$E = 7 \times 3 - 7 \times 2x - (4x \times 2x - 4x \times 1)$
$E = 21 - 14x - (8x^2 - 4x)$
$E = 21 - 14x - 8x^2 + 4x = -8x^2 - 10x + 21$

$F = 7x - 5(2 - 9x) + 7(9x - 1)$

$F = 7x - (5 \times 2 - 5 \times 9x) + (7 \times 9x - 7 \times 1)$
$F = 7x - (10 - 45x) + (63x - 7)$
$F = 7x - 10 + 45x + 63x - 7 = 115x - 17$

Exercice 18 : Développer et réduire les expressions suivantes

$A = 6(x + 3) + (2x - 3)(3x - 5)$

$A = (6 \times x + 6 \times 3) + [2x \times 3x - 2x \times 5 - 3 \times 3x + (-3) \times (-5)]$
$A = 6x + 18 + [6x^2 - 10x - 9x + 15]$
$A = 6x + 18 + 6x^2 - 10x - 9x + 15 = 6x^2 - 13x + 33$

$B = (8 - 3x)(4x + 1) - x(x + 2)$

$B = 8 \times 4x + 8 \times 1 + (-3x) \times 4x + (-3x) \times 1 - (x \times x + 2x)$
$B = 32x + 8 + (-12x^2) + (-3x) - (x^2 + 2x)$
$B = 32x + 8 - 12x^2 - 3x - x^2 - 2x$
$B = -13x^2 + 27x + 8$

C = (2x +1) - (6x -1) (-3x + 8)

$C = 2x + 1 - [6x \times (-3x) + 6x \times 8 + (-1) \times (-3x) + (-1) \times 8]$

$C = 2x + 1 - [-18x^2 + 48x + 3x + (-8)]$

$C = 2x + 1 - [-18x^2 + 51x - 8] = 2x + 1 + 18x^2 - 51x + 8$

$C = 18x^2 - 49x + 9$

D = 2x(4 -7x) + (7x + 5) (2x -6)

$D = 2x \times 4 + 2x \times (-7x) + [7x \times 2x + 7x \times (-6) + 5 \times 2x + 5 \times (-6)$

$D = 8x + (-14x^2) + [14x^2 + (-42x) + 10x + (-30)]$

$D = 8x - 14x^2 + (14x^2 - 42x + 10x - 30)$

$D = 8x - 14x^2 + 14x^2 - 42x + 10x - 30 = -24x - 30$

E = (3x + 2) (x - 5) - (x - 5)

$E = [3x \times x + 3x \times (-5) + 2 \times x + 2 \times (-5)] - x + 5$

$E = [3x^2 - 15x + 2x - 10] - x + 5$

$E = 3x^2 - 14x - 5$

F = 3(7x^2 + 2x - 8) - (4x +1) (5 - 9x)

$F = [3 \times 7x^2 + 3 \times 2x + 3 \times (-8)] - [4x \times 5 + 4x \times (-9x) + 1 \times 5 + 1 \times (-9$

$F = [21x^2 + 6x - 24] - [20x - 36x^2 + 5 - 9x]$

$F = 21x^2 + 6x - 24 - 20x + 36x^2 - 5 + 9x$

$F = 57x^2 - 5x - 29$

Exercice 19 : Développer et réduire les expressions suivantes

A = (2x + 3)(-4x + 1) +(2x + 3) (8 - x)

$A = [2x \times (-4x) + 2x \times 1 + 3 \times (-4x) + 3 \times 1) + [2x \times 8 + 2x \times (-2) + 3 \times 8 + 3 \times (-x)]$

$A = (-8x^2 + 2x - 12x + 3) + (16x - 2x^2 + 24 - 3x)$

$A = -8x^2 - 10x + 3 + 16x - 2x^2 + 24 - 3x = -10x^2 + 3x + 27$

B = (4 - 5x)(8x +1) - (4 -5x) (7x - 5)

$B = [4 \times 8x + 4 \times 1 + (-5x) \times 8x + (-5x) \times 1] - [4 \times 7x + 4 \times (-5) + (-5x) \times 7x + (-$

$B = (32x + 4 - 40x^2 - 5x) - (28x - 20 + (-35x^2) + 25x]$ $\times (-$

$B = (-40x^2 + 27x + 4) - (-35x^2 + 53x - 20)$

$B = -40x^2 + 27x + 4 + 35x^2 - 53x + 20 = -5x^2 - 26x + 24$

C = (7 -2x) (4 + 3x) + (2 - 7x) (3x + 4)

$C = [7 \times 4 + 7 \times 3x + (-2x) \times 4 + (-2x) \times 3x] + [2 \times 3x + 2 \times 4 + (-7x) \times 3x) +$ (-7×4)

$C = (28 + 21x - 6x - 6x^2) + (6x + 8 - 21x^2 - 28)$

$C = 28 + 21x - 6x - 6x^2 + 6x + 8 - 21x^2 - 28$

$C = -27x^2 - 21x + 8$

D = (9x -4) (2x + 1) + (9x - 4)^2

$D = [9x \times 2x + 9x \times 1 + (-4) \times 2x + (-4) \times 1] + [(9x - 4)(9x - 4)]$

$D = (18x^2 + 9x - 8x - 4) + [9x \times 9x + 9x \times (-4) + (-4) \times 9x + (-4$ $\times (-$

$D = 18x^2 + x - 4 + (81x^2 - 36x - 36x + 16)$

$D = 18x^2 + x - 4 + 81x^2 - 72x + 16$

$D = 99x^2 - 71x + 12$