

Chapitre 6 : Puissances

Exercice 1 : Ecrire chaque expression sous la forme d'un produit de facteurs

- a. $2^7 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$
 b. $5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5$
 c. $(-3)^5 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$
 d. $1,25^4 = 1,25 \times 1,25 \times 1,25 \times 1,25$
 e. $(-1,5)^3 = (-1,5) \times (-1,5) \times (-1,5)$
 f. $a^6 = a \times a \times a \times a \times a \times a$
 g. $(-k)^5 = (-k) \times (-k) \times (-k) \times (-k) \times (-k)$
 h. $x^2 = x \times x$

Exercice 2 : Ecrire chaque expression sous la forme d'un produit de facteurs

- a. $(\frac{3}{4})^5 = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4}$
 b. $(-\frac{1}{2})^3 = (-\frac{1}{2}) \times (-\frac{1}{2}) \times (-\frac{1}{2})$
 c. $(\frac{a}{7})^2 = \frac{a}{7} \times \frac{a}{7}$
 d. $(-\frac{5}{y})^3 = (-\frac{5}{y}) \times (-\frac{5}{y}) \times (-\frac{5}{y})$
 e. $(\frac{b}{c})^4 = \frac{b}{c} \times \frac{b}{c} \times \frac{b}{c} \times \frac{b}{c}$

Exercice 3 : Compléter.

- a. $3^0 = 1$
 b. $(-4)^1 = -4$
 c. $7,5^1 = 7,5$
 d. $(-1\ 453)^0 = -1$
 e. $(\dots 5,6\dots)^1 = -5,6$
 f. $(\dots \dots 7,4\dots)^0 = 1$
 g. $(\dots a\dots)^1 = a$
 h. $(\dots \dots 1\dots)^2 = 1$

Exercice 4 : Ecrire chaque nombre sous la forme a^n

- a. $4 = 2^2$
 b. $8 = 2^3$
 c. $-8 = (-2)^3$
 d. $27 = 3^3$
 e. $81 = 3^4 / 9^2$
 f. $625 = 5^4$

Exercice 5 : Compléter

Puissance	Ecriture sous forme d'un produit	Ecriture décimale
10^7	$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$	$10\ 000\ 000$
10^2	10×10	100
10^4	$10 \times 10 \times 10 \times 10$	$10\ 000$
10^6	$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$	$1\ 000\ 000$
10^9	$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$	$1\ 000\ 000\ 000$
10^3	$10 \times 10 \times 10$	$1\ 000$

Exercice 6 : L'inverse d'un nombre

1. Compléter par un nombre décimal ou une fraction

a	5	$\frac{1}{4}$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{5}{4}$	1,5
a^{-1}	$\frac{1}{5}$	4	$-\frac{3}{2}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{1,5} = \frac{2}{3}$

2. Que dire de l'inverse de l'inverse d'un nombre ?

$(a^{-1})^{-1} = a$

Exercice 7 : Exprimer chaque puissance sous la forme d'une fraction ou d'une écriture fractionnaire

a. $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$
 b. $(-5)^{-3} = \frac{1}{(-5)^3} = -\frac{1}{125}$
 c. $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

d. $7^{-1} = \frac{1}{7}$
 e. $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000}$
 f. $(2,5)^{-4} = \frac{1}{2,5^4} = \frac{1}{39,0625}$

Exercice 8 : Exprimer chaque puissance sous la forme d'un entier ou d'une fraction irréductible

a. $(\frac{3}{4})^{-2} = (\frac{4}{3})^2 = \frac{16}{9}$
 b. $(\frac{-1}{2})^{-3} = (\frac{2}{-1})^3 = -6$

c. $(\frac{9}{5})^{-4} = (\frac{5}{9})^4 = \frac{625}{6561}$
 d. $-(\frac{11}{20})^{-2} = -(\frac{20}{11})^2 = -\frac{400}{121}$

Exercice 9 : Compléter

Puissance	Définition	Ecriture fractionnaire	Ecriture décimale
10^{-3}	$\frac{1}{10^3}$	$\frac{1}{1000}$	0,001
10^{-2}	$\frac{1}{10^2}$	$\frac{1}{100}$	0,01
10^{-5}	$\frac{1}{10^5}$	$\frac{1}{100000}$	0,00001
10^{-7}	$\frac{1}{10^7}$	$\frac{1}{10000000}$	0,000 000 1
10^{-1}	$\frac{1}{10^1}$	$\frac{1}{10}$	0,1
10^{-7}	$\frac{1}{10^7}$	$\frac{1}{10000000}$	0,0000001

Exercice 10 : a, b et x sont des nombres relatifs non nuls. Ecrire chaque produit sous la forme d'une puissance d'un nombre.

- a. $(-5)^3 \times (-5)^2 = (-5)^{3+2} = (-5)^5$
b. $4^4 \times 4^5 = 4^{4+5} = 4^9$
c. $(-3)^3 \times (-3)^4 = (-3)^{3+4} = (-3)^7$
d. $a^4 \times a^2 = a^{4+2} = a^6$
e. $2^3 \times 2 = 2^{3+1} = 2^4$
f. $x^5 \times x^8 = x^{5+8} = x^{13}$
g. $b^2 \times b^2 \times b = b^{2+2+1} = b^5$

Exercice 11 : a, b et x sont des nombres relatifs non nuls. Ecrire chaque produit sous la forme d'une puissance d'un nombre

- a. $2^4 \times 2^{-3} = 2^{4+(-3)} = 2^{4-3} = 2^1 = 2$
b. $(-3)^{-4} \times (-3)^{-1} = (-3)^{-4+(-1)} = (-3)^{-4-1} = (-3)^{-5}$
c. $3^5 \times 3^{-2} = 3^{5+(-2)} = 3^{5-2} = 3^3$
d. $(-4)^4 \times (-4)^{-2} = (-4)^{4+(-2)} = (-4)^{4-2} = (-4)^2$
e. $a^{-4} \times a^5 = a^{-4+5} = a^1 = a$
f. $b^3 \times b^{-5} = b^{3+(-5)} = b^{3-5} = b^{-2}$
g. $x^{-2} \times x^{-3} = x^{-2+(-3)} = x^{-2-3} = x^{-5}$

Exercice 12 : a, b et x sont des nombres relatifs non nuls. Ecrire chaque quotient sous la forme d'une puissance d'un nombre.

- a. $\frac{5^4}{5^2} = 5^{4-2} = 5^2$
b. $\frac{3^3}{3^4} = 3^{3-4} = 3^{-1}$
c. $\frac{(-4)^2}{(-4)^6} = (-4)^{2-6} = (-4)^{-4}$
d. $\frac{x^4}{x^3} = x^{4-3} = x^{-1}$
e. $\frac{b}{b^3} = b^{1-3} = b^{-2}$
f. $\frac{a^5}{a^5} = a^{5-5} = a^0 = 1$

Exercice 13 : a est un nombre relatif non nul. Ecrire chaque nombre sous la forme d'une puissance d'un nombre.

- a. $\frac{1}{5^{-12}} = 5^{12}$

$$b. \frac{1}{(-2)^{-6}} = (-2)^6$$

$$c. \frac{1}{3^{-1}} = 3^1 = 3$$

$$d. \frac{1}{a^{-7}} = a^7$$

Exercice 14 : *b est un nombre relatif non nul. Ecrire chaque quotient sous la forme d'une puissance d'un nombre.*

$$a. \frac{2^{-5}}{2^{-3}} = 2^{-5-(-3)} = 2^{-5+3} = 2^{-2}$$

$$b. \frac{3^{-3}}{3^3} = 3^{-3-3} = 3^{-6}$$

$$c. \frac{(-5)^3}{(-5)^{-2}} = (-5)^{3-(-2)} = (-5)^{3+2} = (-5)^5$$

$$d. \frac{b}{b^{-3}} = b^{1-(-3)} = b^{1+3} = b^4$$

Exercice 15 : *Ecrire chaque produit sous la forme d'une seule puissance*

$$a. 2^3 \times 7^3 = (2 \times 7)^3 = 14^3$$

$$b. 2^4 \times 5^4 = (2 \times 5)^4 = 10^4$$

$$c. (-4)^2 \times 6^2 = (-4 \times 6)^2 = (-24)^2$$

Exercice 16 : *Ecrire chaque produit sous la forme d'une seule puissance*

$$a. 5^{-4} \times 3^{-4} = (5 \times 3)^{-4} = 15^{-4}$$

$$b. (-4)^{-2} \times (-7)^{-2} = \underline{[-4 \times (-7)]^{-2}}$$

$$= \underline{28^{-2}}$$

Exercice 17 : Effectuer les calculs suivants.

$$A = 2 + 3 \times 5^4$$

$$A = \underline{2 + 3 \times 625}$$

$$A = \underline{2 + 1875}$$

$$A = \underline{1877}$$

$$B = 5 - 3 \times 2^3$$

$$B = \underline{5 - 3 \times 8}$$

$$B = \underline{5 - 24}$$

$$B = \underline{-19}$$

$$C = 3 \times 2 + 4 \times 5^2 - 3^2 \times 2^3$$

$$C = \underline{6 + 4 \times 25 - 9 \times 8}$$

$$C = \underline{6 + 100 - 72}$$

$$C = \underline{34}$$

Exercice 18 : Effectuer les calculs suivants.

$$A = 2 \times (5 + 4)^2$$

$$A = \underline{2 \times 9^2}$$

$$A = \underline{2 \times 81}$$

$$A = \underline{162}$$

$$B = \frac{16}{(3-1)^2}$$

$$B = \underline{\frac{16}{2^2}}$$

$$B = \underline{\frac{16}{4}}$$

$$B = \underline{4}$$

$$C = 2 \times (1 - 5)^3$$

$$C = \underline{2 \times (-4)^3}$$

$$C = \underline{2 \times (-64)}$$

$$C = \underline{-128}$$

$$D = [2 + 2 \times (-3)]^4$$

$$D = \underline{[2 + (-6)]^4}$$

$$D = \underline{[-4]^4}$$

$$D = \underline{(-4)^4}$$

$$E = [2 + (-2)^4 \times 3] \times (3^3 - 1)$$

$$E = [2 + 16 \times 3] \times (27 - 1)$$

$$E = (2 + 48) \times 26$$

$$E = 50 \times 26 = 1300$$

$$F = 3 \times (1 - 3)^5 - 2^2 \times (3 + 2)$$

$$F = 3 \times (-2)^5 - 4 \times 5$$

$$F = 3 \times (-32) - 20$$

$$F = -96 - 20 = -116$$

$$G = \frac{(5 - 2 \times 3)^4}{(2 - 3)^5}$$

$$G = \frac{(5 - 6)^4}{(-1)^5}$$

$$G = \frac{(-1)^4}{(-1)^5}$$

$$G = \frac{(-1)^4}{(-1)^{4-5}} = (-1)^{-1} = \frac{1}{(-1)^1} = \frac{1}{-1} = -1$$

Exercice 19 : Ecrire sous la forme d'une puissance de 10.

$$a. 10^2 \times 10^6 = 10^{2+6} = 10^8$$

$$b. 10^4 \times 10^{-2} = 10^{4+(-2)} = 10^2$$

$$c. 10^{-7} \times 10^{-3} = 10^{-7+(-3)} = 10^{-10}$$

$$d. 10^9 \times 10^{11} = 10^{9+11} = 10^{20}$$

$$e. 10^{-13} \times 10^{-15} = 10^{-13+(-15)} = 10^{-28}$$

$$f. 10^{-8} \times 10^6 = 10^{-8+6} = 10^{-2}$$

$$g. 10^{12} \times 10^{-10} = 10^{12+(-10)} = 10^2$$

Exercice 20 : Ecrire sous la forme d'une puissance de 10

$$a. \frac{10^2}{10^7} = 10^{2-7} = 10^{-5}$$

$$b. \frac{10^4}{10^{-3}} = 10^{4-(-3)} = 10^7$$

$$c. \frac{10^{-7}}{10^{-4}} = 10^{-7-(-4)} = 10^{-3}$$

$$d. \frac{10^{-13}}{10^{-10}} = 10^{-13-(-10)} = 10^{-3}$$

$$e. \frac{10^{12}}{10^{-9}} = 10^{12-(-9)} = 10^{21}$$

$$f. \frac{10^{-6}}{10^{-5}} = 10^{-6-(-5)} = 10^{-1}$$

$$g. \frac{10^8}{10^4} = 10^{8-4} = 10^4$$

Exercice 21 : Ecrire sous la forme d'une puissance de 10

$$a. (10^3)^2 = 10^{3 \times 2} = 10^6$$

$$b. (10^{-3})^2 = 10^{-3 \times 2} = 10^{-6}$$

$$c. (10^{-3})^{-2} = 10^{(-3) \times (-2)} = 10^6$$

$$d. (10^7)^{-4} = 10^{7 \times (-4)} = 10^{-28}$$

$$e. (10^3)^9 = 10^{3 \times 9} = 10^{27}$$

$$f. (10^{-33})^{-3} = 10^{-33 \times (-3)} = 10^{99}$$

$$g. (10^5)^0 = 1$$

Exercice 22 : Ecrire les expressions suivantes sous la forme d'une puissance de 10

$$A = 10^5 \times (10^{-3})^4$$

$$A = 10^5 \times 10^{-3 \times 4} = 10^5 \times 10^{-12}$$

$$A = 10^{5+(-12)} = 10^{-7}$$

$$B = 10 \times (10^{-7})^3 \times 10^9$$

$$B = 10 \times 10^{-7 \times 3} \times 10^9 = 10^1 \times 10^{-21} \times 10^9$$

$$B = 10^{1+(-21)+9} = 10^{-11}$$

$$C = 2^3 \times 5^3 \times 10^8$$

$$C = (2 \times 5)^3 \times 10^8$$

$$C = 10^3 \times 10^8 = 10^{3+8} = 10^{11}$$

$$D = \frac{10^{-2} \times 10^{-7}}{10^6}$$

$$D = \frac{10^{-2+(-7)}}{10^6} = \frac{10^{-9}}{10^6}$$

$$D = 10^{-9-6} = 10^{-15}$$

$$E = \frac{10^{-4} \times 10^{-7}}{10^5 \times 10^{-7}}$$

$$E = \frac{10^{-4+(-7)}}{10^{5+(-7)}} = \frac{10^{-11}}{10^{-2}} = 10^{-11-(-2)} = 10^{-9}$$

$$F = \frac{(10^4)^{-2} \times 10}{10^{-3}}$$

$$F = \frac{10^{4 \times (-2)} \times 10}{10^{-3}} = \frac{10^{-8} \times 10}{10^{-3}} = \frac{10^{-8+1}}{10^{-3}} = \frac{10^{-7}}{10^{-3}} = 10^{-7-(-3)} = 10^{-4}$$

$$G = \left(\frac{10^{13} \times 10^{-9}}{10^{-14} \times 10^{-8}} \right)^2$$

$$G = \left[\frac{10^{13+(-9)}}{10^{-14+(-8)}} \right]^2 = \left[\frac{10^4}{10^{-22}} \right]^2 = (10^{4-(-22)})^2 = (10^{26})^2 = 10^{26 \times 2} = 10^{52}$$

$$H = \frac{20^6 \times 10^9}{2^6}$$

$$H = \frac{(20 \times 2)^6 \times 10^9}{2^6} = \frac{10^6 \times 2^6 \times 10^9}{2^6} = \frac{10^{6+9}}{1} = 10^{15}$$

Exercice 23 : Compléter

a	a × 10	a × 10 ²	a × 10 ³
3, 141 49	31, 41 49	314, 149	3141, 49
0, 125	1, 25	12, 5	125
0, 00004	0, 0004	0, 004	0, 04
51	510	5100	51000

a	$a \times 10^{-1}$	$a \times 10^{-2}$	$a \times 10^{-3}$
2,314	0,2314	0,02314	0,002314
3230	323	32,3	3,23
12	1,2	0,12	0,012
310	31	3,1	0,31

Exercice 24 : Donner l'écriture décimale de chaque nombre :

a. $1,35 \times 10^5 = 135000$

d. $2 \times 10^{-4} = 0,0002$

b. $0,00605 \times 10^2 = 0,605$

e. $0,05 \times 10^4 = 500$

c. $45200 \times 10^{-5} = 0,452$

f. $13,45 \times 10^{-3} = 0,01345$

Exercice 25 : Ecrire chaque nombre relatif en notation scientifique :

a. $6540 = 6,540 \times 10^3$

d. $23,45 = 2,345 \times 10^1$

b. $0,0032 = 3,2 \times 10^{-3}$

e. $-34,3 = (-3,43) \times 10^1$

c. $-1475,2 = (-1,4752) \times 10^3$

f. $-0,001 = (-1) \times 10^{-3}$

Exercice 26 : Ecrire chaque nombre relatif en notation scientifique :

a. $645 \times 10^{-15} = 6,45 \times 10^2 \times 10^{-15}$
 $= 6,45 \times 10^{-13}$

d. $-523 \times 10^7 = -5,23 \times 10^2 \times 10^7$
 $= -5,23 \times 10^9$

b. $0,056 \times 10^{17} = 5,6 \times 10^{-2} \times 10^{17}$
 $= 5,6 \times 10^{15}$

e. $34000 \times 10^{12} = 3,4 \times 10^4 \times 10^{12}$
 $= 3,4 \times 10^{16}$

c. $-13,6 \times 10^{-9} = -1,36 \times 10^1 \times 10^{-9}$
 $= -1,36 \times 10^{-8}$

Exercice 27 : Calculer les expressions suivantes et donner le résultat en écriture scientifique :

$F = 4,56 \times 10^{-13} + 8,98 \times 10^{13}$

$F = (4,56 + 8,98) \times 10^{13}$

$F = 13,54 \times 10^{13}$

$F = 1,354 \times 10^4$

$G = 12,8 \times 10^{-18} - 3,9 \times 10^{-17}$

$G = 12,8 \times 10^{-18} \times 10^{-17} - 3,9 \times 10^{-17}$

$G = (12,8 - 3,9) \times 10^{-17}$

$G = -2,62 \times 10^{-17}$

$I = 9,35 \times 10^{-12} + 0,047 \times 10^{-19} - 51,3 \times 10^{-14}$

$I = 9,35 \times 10^{-2} + 0,047 \times 10^{-12-7} - 51,3 \times 10^{-12-2}$

$I = (9,35 + 0,047 \times 10^{-7} - 51,3) \times 10^{-2}$

$I = 8,8370000047 \times 10^{-2}$

Exercice 28 : Calculer les expressions suivantes et donner le résultat en écriture scientifique :

$$A = \frac{36 \times 10^{-6} \times 25 \times 10^5}{4,5 \times 10^{-4}}$$

$$A = \frac{36 \times 25}{4,5} \times \frac{10^{-6} \times 10^5}{10^4}$$

$$A = \frac{900}{4,5} \times \frac{10^{-6+5}}{10^4}$$

$$A = 225 \times 10^{-1-4}$$

$$A = 225 \times 10^{-5}$$

$$A = 2,25 \times 10^{-3}$$

$$B = \frac{5,6 \times 10^8 \times 8 \times 10^{-9}}{14 \times 10^{-4} \times 16 \times 10^{-6}}$$

$$B = \frac{5,6 \times 8}{14 \times 16} \times \frac{10^8 \times 10^{-9}}{10^{-4} \times 10^{-6}}$$

$$B = \frac{44,8}{224} \times \frac{10^{8+(-9)}}{10^{-4+(-6)}}$$

$$B = 0,2 \times 10^{-1-(-10)}$$

$$B = 0,2 \times 10^9$$

$$B = 2 \times 10^8$$

Exercice 29 : D'après le brevet 2008, Antilles

On considère l'expression F :

$$F = \frac{5 \times 10^{-7} \times 39 \times 10^4}{1,3 \times 10^{-5}}$$

1) Calculer le nombre F et donner le résultat sous la forme d'un nombre décimal.

$$F = \frac{5 \times 39}{1,3} \times \frac{10^{-7} \times 10^4}{10^{-5}}$$

$$= \frac{195}{1,3} \times \frac{10^{-7+4}}{10^{-5}}$$

$$= 150 \times 10^{-3-(-5)}$$

$$= 150 \times 10^2 = 15000$$

2) Donner l'écriture scientifique du nombre F

$$F = 1,5 \times 10^4$$

Exercice 30 : La légende du jeu d'échecs

Un jour, le sage Sissa présente un jeu d'échecs à son roi. Le souverain demanda à Sissa ce que celui-ci souhaitait en échange. Sissa demanda au roi de déposer un grain de blé sur la première case, deux sur la deuxième cas, quatre sur la troisième, huit sur la quatrième et ainsi de suite pour remplir l'échiquier en doublant la quantité de grains à chaque case.

- 1) Quel nombre de grains de blé le roi devrait-il déposer sur la dernière case de l'échiquier, c'est-à-dire la soixante-quatrième ?

Le roi dépose $1 = 2^0$ grain sur la première case puis $2 = 2^1$ sur la deuxième case et ainsi de suite jusqu'à la case 64. Il déposera donc 2^{63} grains sur la dernière case.

- 2) Un grain de blé pèse environ 0,05 g. Quelle serait la masse de blé, déposée sur la dernière case ?

Poids sur la dernière case :

$$\begin{aligned} 2^{63} \times 0,05 &= 2^{63} \times 0,5 \times 10^{-1} \\ &= 2^{63} \times \frac{1}{2} \times 10^{-1} \\ &= 2^{62} \times 10^{-1} \end{aligned}$$

A series of horizontal lines for writing, consisting of 24 evenly spaced lines across the page.