Chapitre 8 : Symétrie axiale - Propriétés

Exercice 1

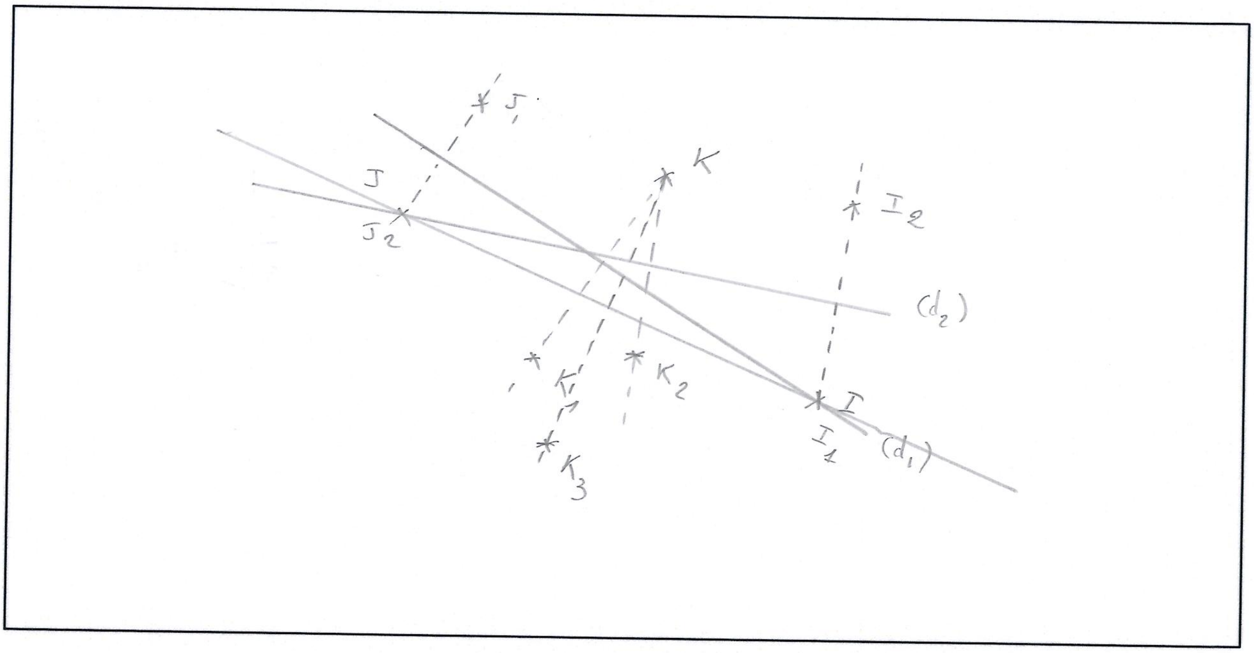
1) a) Tracer deux droites sécantes (d_1) et (d_2) non perpendiculaires.
b) Placer trois points I,J,K tels que :

$$I \in (d_1) \text{ et } I \notin (d_2)$$

$$J \notin (d_1) \text{ et } J \in (d_2)$$

$$K \notin (d_1) \text{ et } K \notin (d_2)$$

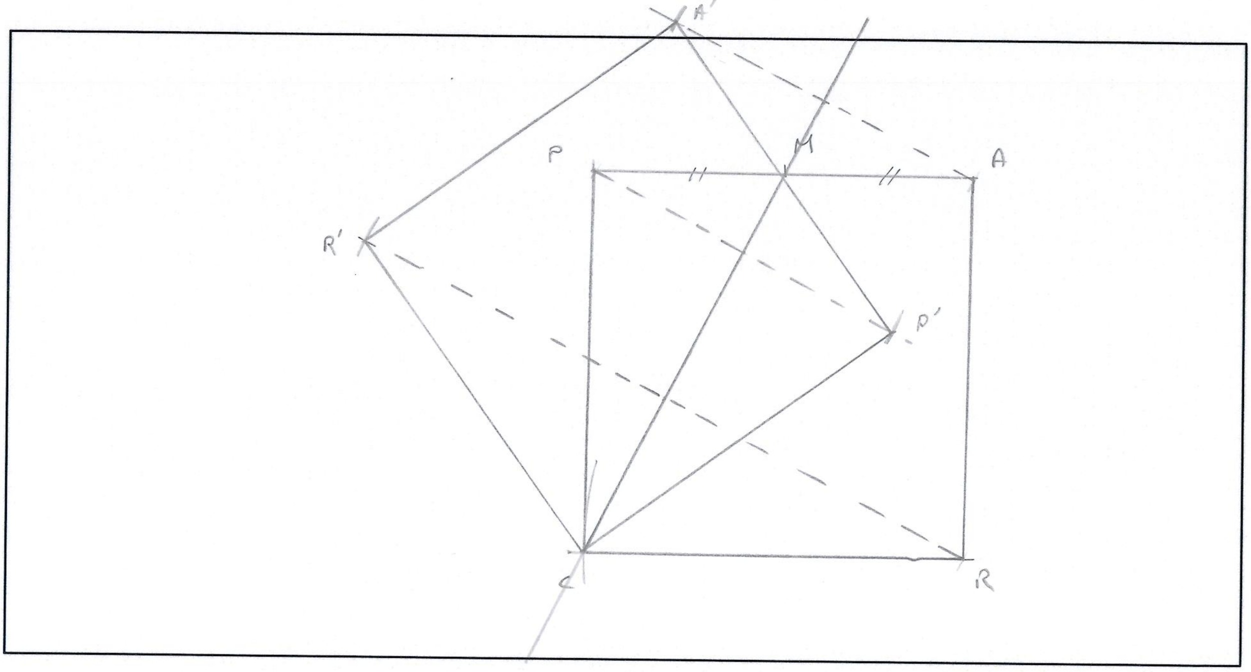
2) Construire en bleu les symétriques respectifs, I_1, J_1, K_1 des points I,J,K par rapport à la droite (d_1).
3) Construire en vert les symétriques respectifs I_2, J_2, K_2 des points I,J,K par rapport à la droite (d_2).
4) Construire en rouge le symétrique K_3 du point K par rapport à la droite (IJ).



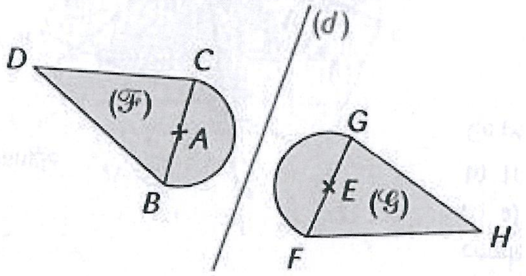
Exercice 2

1) a) Construire un carré PARC de côté 5 cm.
   b) Placer le milieu M du côté [PA].
   c) Tracer la droite (CM)

2) Construire les symétriques respectifs P',A', R' et C' des points P,A,R et C par rapport à la droite (CM).



Exercice 3



1) On donne : BC = 3,1 cm et CD = 4,3 cm. Déterminer les longueurs FG et GH.

on sait que [BC] et [FG] sont symétriques par rapport à (d)
[CD] et [GH] sont symétriques par rapport à (d)
or dans une symétrie axiale, l'image d'un segment est un segment de
même longueur donc BC = FG = 3,1 cm et CD = GH = 4,3cm.

2) L'aire du triangle FGH est 10,6 cm^2. Déterminer l'aire du triangle BCD.

on sait que les triangles FGH et BCD sont symétriques par rapport à (d)
or la symétrie axiale conserve les aires
donc $\mathcal{A}(FGH) = \mathcal{A}_{(BCD)} = 10,6 cm^2$

3) On donne : $\widehat{HFG} = 71°$ / $\widehat{BDC} = 26°$ / $\widehat{BCD} = 83°$. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{DBC}$ puis de l'angle $\widehat{FGH}$.

on sait que $\widehat{DBC}$ et $\widehat{HFG}$ sont symétriques par rapport à (d)
et $\widehat{FGH}$ et $\widehat{BCD}$ sont symétriques par rapport à (d)
or dans une symétrie axiale, le symétrique d'un angle est un angle de même mesure
donc $\widehat{DBC} = \widehat{HFG} = 71°$
$\widehat{FGH} = \widehat{BCD} = 83°$.

4) On donne : AB = 5cm et $\widehat{CDB} = 35°$.

a) Déterminer la longueur EG.

on sait que [AB] et [EG] sont symétriques par rapport à (d)
or dans une symétrie axiale, le symétrique d'un segment est un segment de même longueur donc AB = EG = 5cm.

b) Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{GHF}$

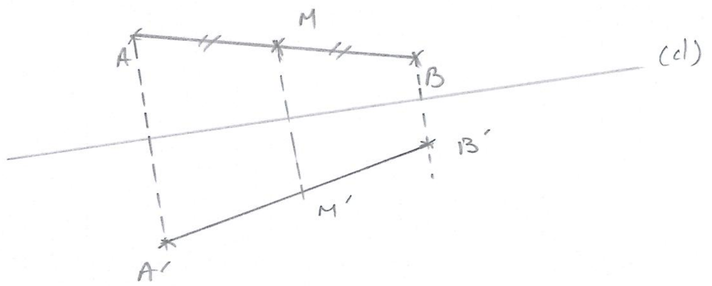
on sait que $\widehat{GHF}$ et $\widehat{CDB}$ sont symétriques par rapport à (d)
or dans une symétrie axiale, le symétrique d'un angle est un angle de même mesure
donc $\widehat{GHF} = \widehat{CDB} = 35°$

Exercice 4

1) a) Tracer un segment [AB] de milieu M.

b) Tracer une droite (d) ne coupant pas le segment [AB].

2) Construire les symétriques respectifs A',B' et M' des points A,B et M par rapport à la droite (d).



2) a) Justifier que les points A',B' et M' sont alignés.

on sait que A, B, M sont alignés or le symétrique de trois points alignés est aligné également donc A', B', M' sont alignés.

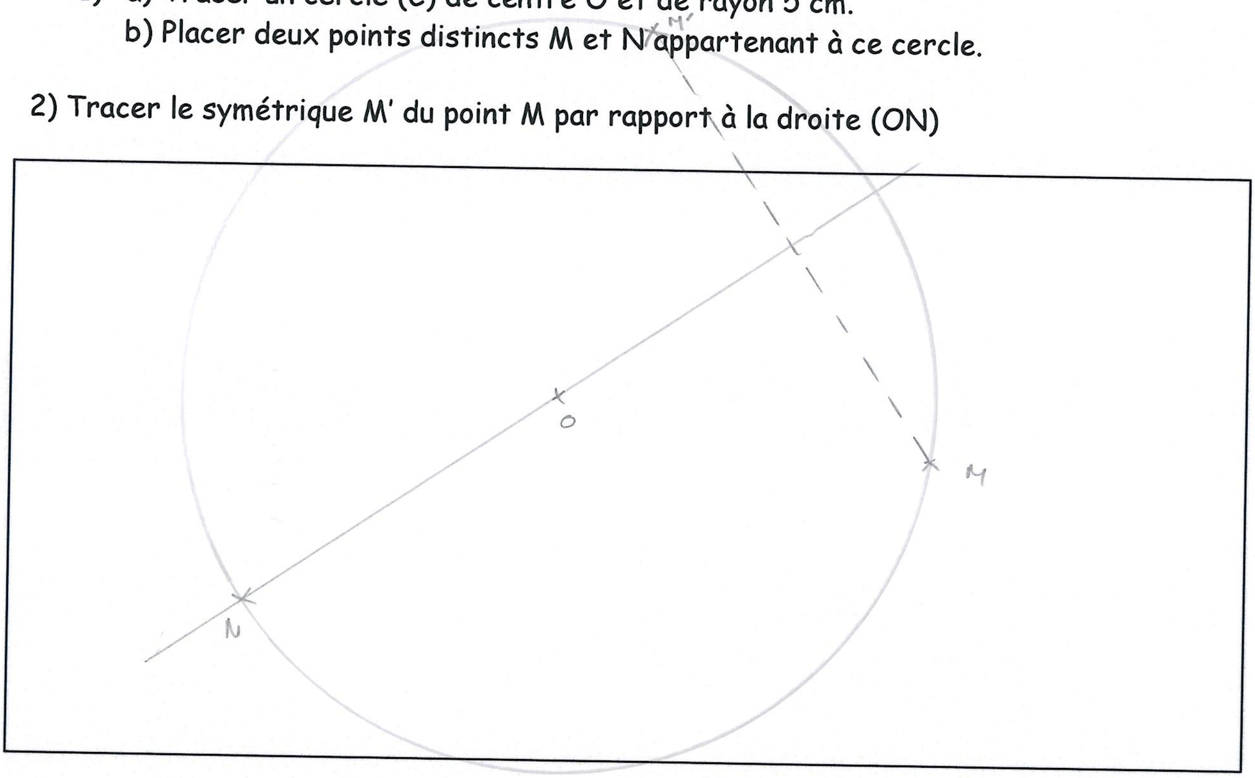
b) Justifier que le point M' est le milieu du segment [A'B'].

on sait que M' est le symétrique de M par rapport à (d)
M est le milieu de [AB]
or la symétrie axiale conserve les milieux
donc M' milieu de [A'B']

Exercice 5

1) a) Tracer un cercle (C) de centre O et de rayon 5 cm.
b) Placer deux points distincts M et N appartenant à ce cercle.

2) Tracer le symétrique M' du point M par rapport à la droite (ON)



3) a) Quel est le symétrique du point O par rapport à la droite (ON) ? Justifier la réponse.

on sait que O ∈ (ON)
donc le symétrique de O par rapport à (ON) est O.

b) Quel est le symétrique du segment [OM] par rapport à la droite (ON) ? Justifier la réponse.

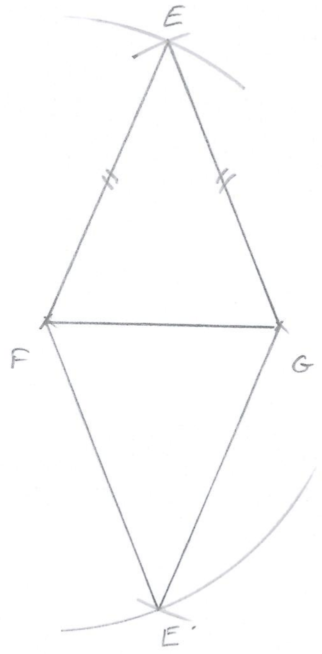
on sait que M' est le symétrique de M par rapport à (ON)
O est le symétrique de O par rapport à (ON)
donc [OM'] est le symétrique de [OM] par rapport à (ON).

c) Justifier que le point M' appartient au cercle (C).

on sait que [OM] et [OM'] sont symétriques par rapport à (ON)
donc OM = OM' = 5 cm
donc M' ∈ (E).

Exercice 6

1) Tracer un triangle EFG isocèle en E.
2) Construire le symétrique E' du point E par rapport à la droite (FG).



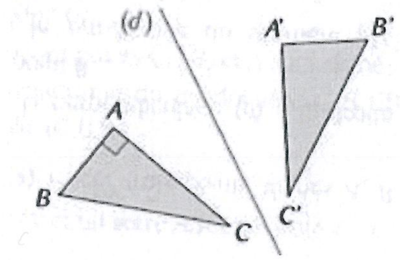
3) Quel est le symétrique du segment [EF] par rapport à la droite (FG) ? Justifier la réponse.

on sait que E' est le symétrique de E par rapport à (FG)
F est le symétrique de F par rapport à (FG)
donc [E'F] est le symétrique de [EF] par rapport à (FG)

4) Quelle est la nature du quadrilatère EFE'G ? Justifier la réponse.

on sait que [E'F] et [EF] sont symétriques par rapport à (FG)
[EG] et [E'G] sont symétriques par rapport à (FG)
donc E'F = EF = EG = E'G
donc EFE'G est un losange.

Exercice 7



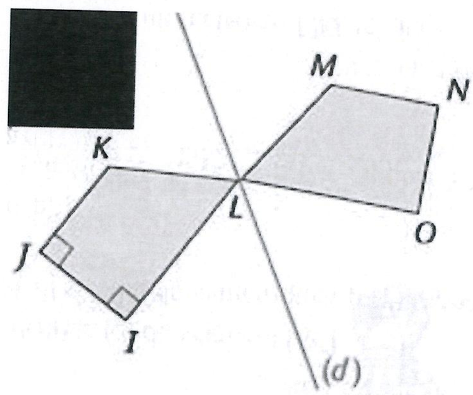
On donne : AB = 5cm / AC = 12 cm / BC = 13 cm. Les triangles ABC et A'B'C' sont symétriques par rapport à la droite (d).

1) Quelle est la nature du triangle A'B'C' ? Justifier la réponse. on sait que $\widehat{BAC}$ et $\widehat{B'A'C'}$ sont symétriques par rapport à (d) donc $\widehat{BAC} = \widehat{B'A'C'} = 90°$ donc A'B'C' est un triangle rectangle.

2) Quelle est la longueur du côté [B'C'] ? Justifier la réponse. on sait que [BC] et [B'C'] sont symétriques par rapport à (d) donc BC = B'C' = 13cm

3) Quel est le périmètre du triangle A'B'C' ? Justifier la réponse. on sait que B'A'C' et BAC sont symétriques par rapport à (d) donc BA = B'A', AC = A'C' et BC = B'C' donc $\mathcal{P}(A'B'C') = A'B' + A'C' + B'C' = 5 + 12 + 13 = 30$ cm.

Exercice 8



On donne : IJ = IK = 4cm / KL = 5cm / IL = 7cm.

Les quadrilatères IJKL et ONML sont symétriques par rapport à la droite (d).

1) Citer les angles droits du quadrilatère MNOL. Justifier la réponse.

on sait que les angles $\widehat{KJI}$ et $\widehat{MNO}$ sont symétriques par rapport à (d)
$\widehat{JIL}$ et $\widehat{LON}$ sont symétriques par rapport à (d)
donc $\widehat{KJI} = \widehat{MNO} = 90°$
$\widehat{JIL} = \widehat{LON} = 90°$

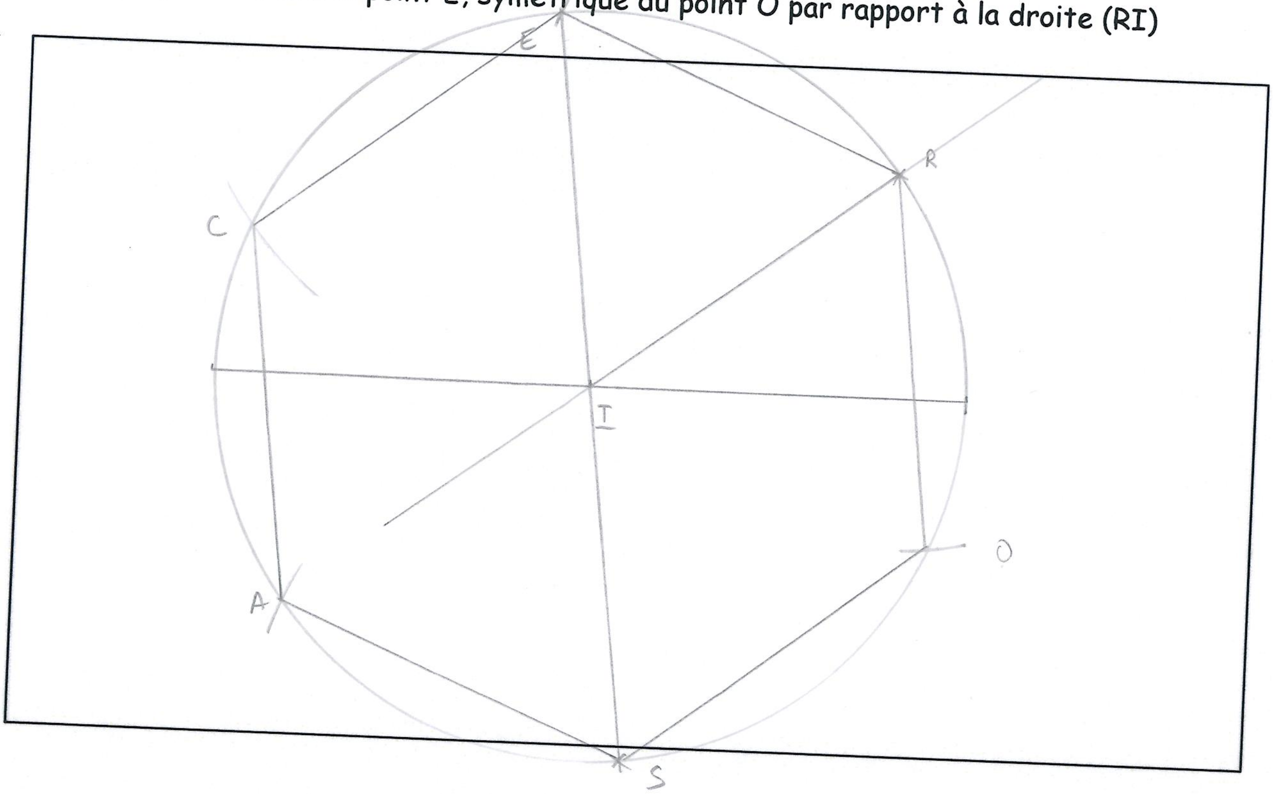
2) Quel est le périmètre du quadrilatère MNOL ? Justifier la réponse.

on sait que IJKL et LMNO sont symétriques par rapport à (d)
donc KL = LM ; KJ = MN ; JI = NO et IL = OL
donc $\mathcal{P}$(MNOL) = MN + NO + OL + LM = 4 + 4 + 5 + 7 = 20 cm.

Exercice 9

1) a) Construire un cercle de centre I et de diamètre 10 cm.
b) Placer deux points R et O sur ce cercle tel que : RO = 5cm.

2) a) Construire le point E, symétrique du point O par rapport à la droite (RI)



b) Justifier que le point E appartient au cercle.

on sait que E est le symétrique de O par rapport à (RI)
I est le symétrique de I par rapport à (RI)
donc [EI] est le symétrique de [OI] par rapport à (RI)
or la symétrie axiale conserve les longueurs
donc EI = OI = 5cm
donc E ∈ cercle de centre I.

3) a) La droite (EI) recoupe le cercle en un point S.

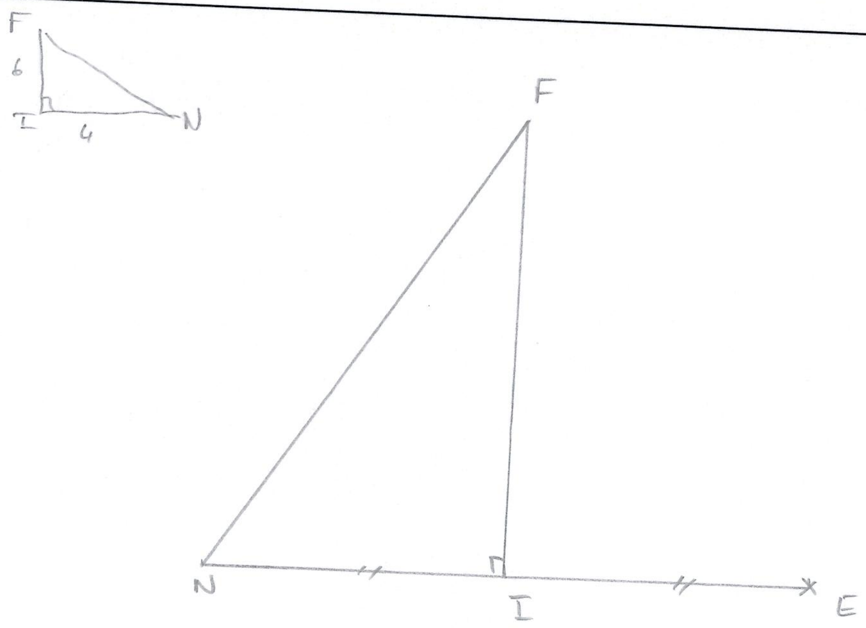
b) Construire les symétriques respectifs A et C des points O et R par rapport à la droite (ES).

4) Calculer le périmètre du polygone ROSACE. Justifier la réponse.

on sait que [EC] est le symétrique de [ER] par rapport à (ES)
[RO] est le symétrique de [CO] par rapport à (ES)
[EC] est le symétrique de [OS] par rapport à (RA)
[AS] est le symétrique de [ER] par rapport à (OC)
or la symétrie axiale conserve les longueurs
donc EC = ER = RO = OS = SA = AC = 5cm
donc P(ROSACE) = EC + ER + RO + OS + SA + AC = 5+5+5+5+5+5 = 30cm.

Exercice 10

1) a) Construire un triangle FIN rectangle en I tel que IF = 6cm et IN = 4cm.
b) Construire le point E, symétrique du point N par rapport à la droite (FI).



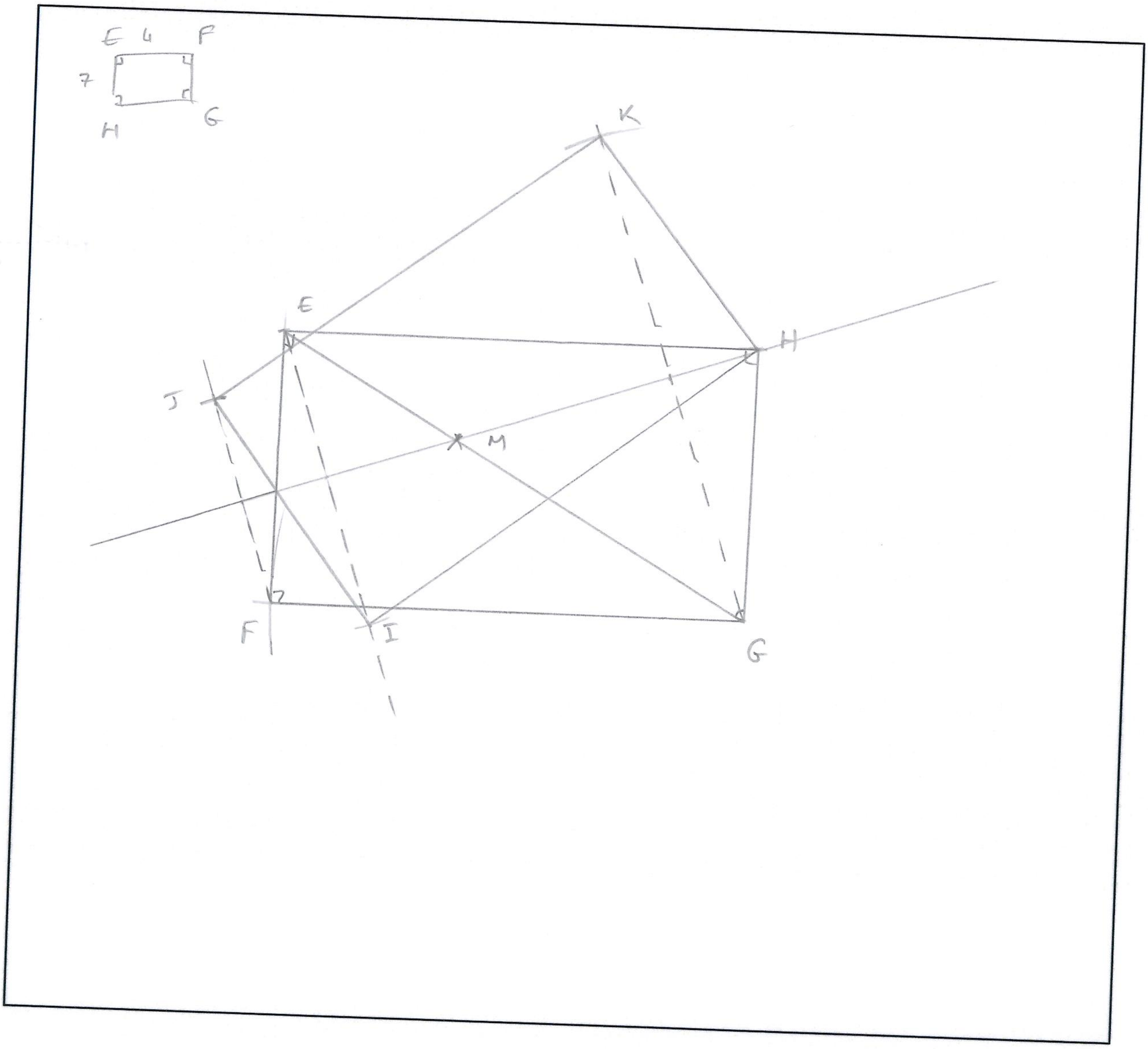
2) Les points N, I et E sont-ils alignés ? Justifier la réponse.

on sait que E est le symétrique de N par rapport à (FI)
donc (EN) ⊥ (FI)
or (NI) ⊥ (FI)
donc N, I et E sont alignés.

Exercice 11

1) a) Construire un rectangle EFGH tel que : EF = 4cm et EH = 7 cm.
b) Placer le point M sur le segment [EG] tel que : EM = 3 cm.

2) Construire les symétriques respectifs I,J et K des points E, F et G par rapport à la droite (HM).



3) Toutes les réponses aux consignes suivantes devront être justifiées :

a) Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{HIJ}$

on sait que $\widehat{HIJ}$ est le symétrique de $\widehat{HEF}$ par rapport à (HM)
or la symétrie axiale conserve les mesures d'angle
donc $\widehat{HIJ} = \widehat{HEF} = 90°$

b) Déterminer la longueur IK.

on sait que [IK] est le symétrique de [EG] par rapport à (HM)
or la symétrie axiale conserve les longueurs
donc IK = EG.

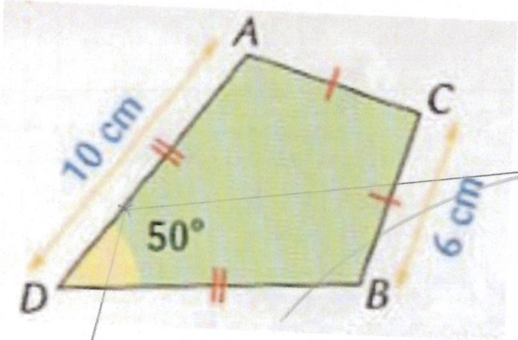
c) Calculer le périmètre du polygone HIME.

on sait que [HI] et [HE] sont symétriques par rapport à (HM)
[IM] et [ME] sont symétriques par rapport à (HM)
or la symétrie axiale conserve les longueurs
donc HI = HE = 7 et IM = ME = 3

donc $P(HIME) = HI + IM + ME + EH = 7 + 3 + 3 + 7 = 20$ cm.

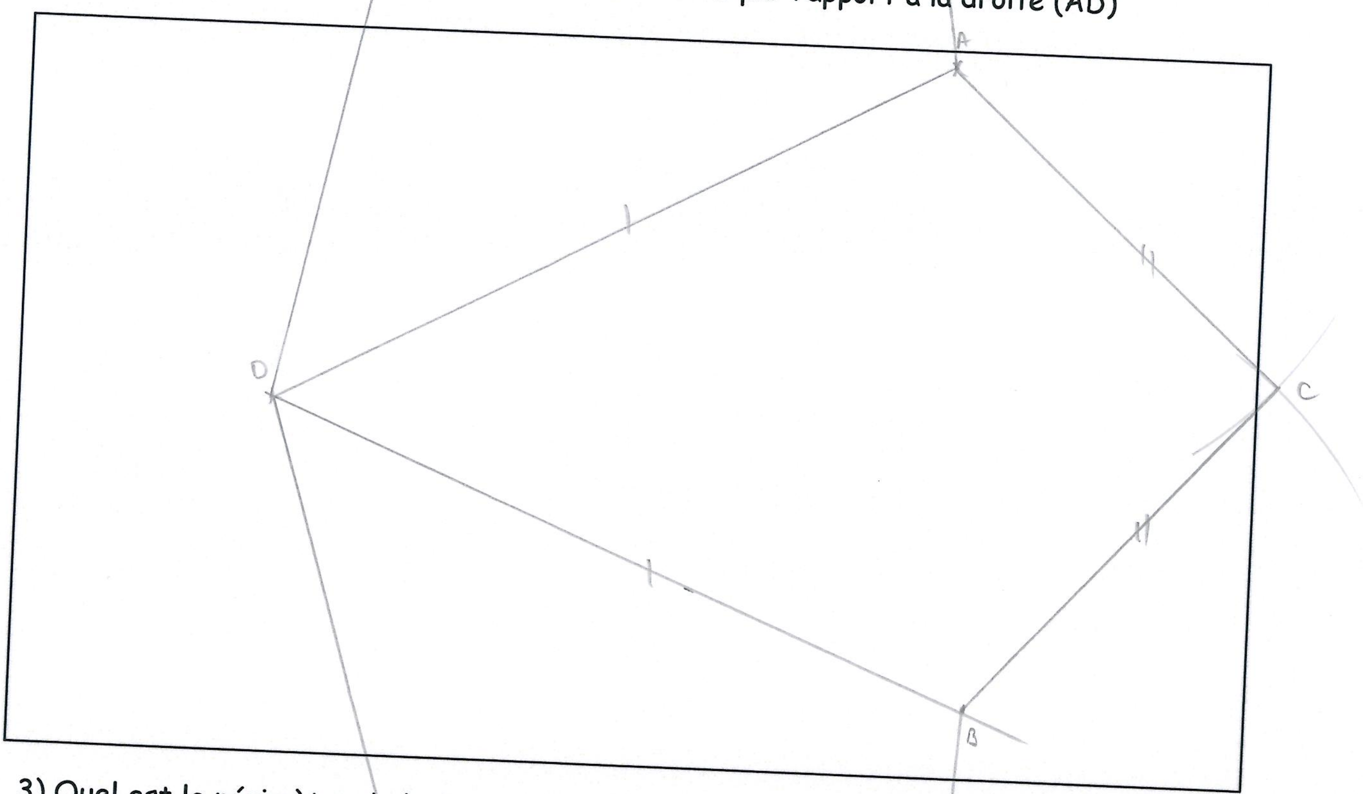
Exercice 12

1) Reproduire cette figure en vraie grandeur :



2) a) Construire le symétrique du quadrilatère ACBD par rapport à la droite (BD)

b) Construire le symétrique du quadrilatère ACBD par rapport à la droite (AD)



3) Quel est le périmètre de la figure globale ? Justifier la réponse.

La symétrie axiale conserve les longueurs

donc P(figure) = 10 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 10 = 56 cm.