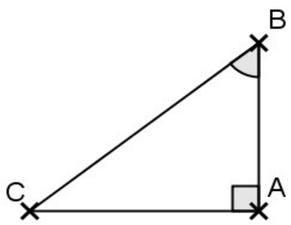
G2 - Trigonométrie dans le triangle rectangle

I/ Cosinus, sinus et tangente d'un angle aigu

Cours - définition

- Dans un triangle rectangle, le **cosinus** d'un angle aigu est égal au **quotient de la longueur du côté adjacent à cet angle par la longueur de l'hypoténuse**.
- Dans un triangle rectangle, le **sinus** d'un angle aigu est égal au **quotient de la longueur du côté opposé à cet angle par la longueur de l'hypoténuse**.
- Dans un triangle rectangle, la **tangente** d'un angle aigu est égale au **quotient de la longueur du côté opposé à cet angle par la longueur du côté adjacent à cet angle**.

Exemple :

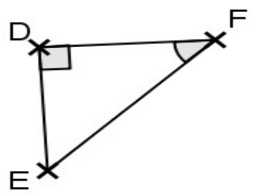
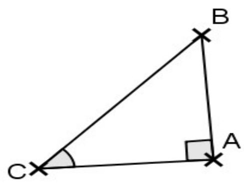
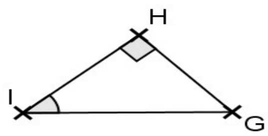


ABC est un triangle rectangle en A.
$[AB]$ est le côté adjacent à l'angle $\widehat{ABC}$.
$[AC]$ est le côté opposé à l'angle $\widehat{ABC}$.
$[BC]$ est l'hypoténuse du triangle.
On a donc :

Le cosinus, le sinus et la tangente sont des **quotients de longueur.** Ce sont donc des **nombres positifs** !

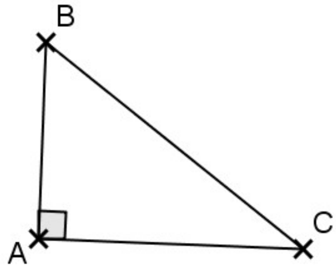
$cos(\widehat{ABC}) = \frac{AB}{BC}$, $\sin(\widehat{ABC}) = \frac{AC}{BC}$ et $\tan(\widehat{ABC}) = \frac{AC}{AB}$.

Exercice : Dans chacun des cas, écrire le cosinus, le sinus et la tangente de l'angle annoté.

		
• • •	• • •	• • •

II/ Applications

1) Déterminer la mesure d'un angle

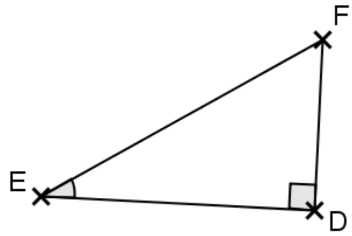


Exemple : ABC est un triangle rectangle en A tels que : AC = 1,6cm et BC = 4,2 cm.
Dans le triangle ABC rectangle en A :
On cherche l'angle $\widehat{ACB}$*.*
On connaît les longueurs du côté adjacent [AC] et de l'hypoténuse [BC].
On peut donc utiliser le cosinus et on a :

$$\cos(\widehat{ACB}) = \frac{AC}{BC}$$

$$\cos(\widehat{ACB}) = \frac{1,6}{4,2}$$

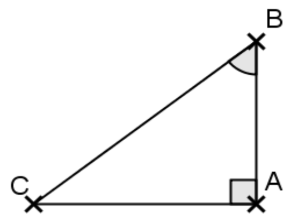
En utilisant la calculatrice, on obtient : $\widehat{ACB} \approx 68°$*.*



Exercice d'application : Le triangle DEF est rectangle en D tels que : DF = 4,9cm et FE = 5,4cm. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{FED}$ *arrondie au degré près.*

2) Déterminer la longueur d'un côté

Exemple : ABC est un triangle rectangle en A tels que : AB = 6,7cm et $\widehat{ABC} = 27°$*.*



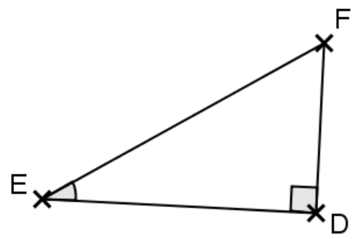
Dans le triangle ABC rectangle en A :
[AB] est le côté adjacent de l'angle $\widehat{ABC}$*.*
[BC] est l'hypoténuse du triangle.
On peut donc utiliser le cosinus et on a :

$$\cos(\widehat{ABC}) = \frac{AB}{BC}$$

$$\cos(27°) = \frac{6,7}{BC}$$

En utilisant les produits en croix, on a donc : $BC = \frac{6,7}{\cos(27°)} \approx 7,5cm$*.*

Exercice d'application : Le triangle DEF est rectangle en D tels que : DE = 9cm et $\widehat{FED}$ = 35°. Déterminer la longueur du côté [FD] arrondie à 0,1cm près.



Il existe plusieurs moyens mnémotechniques pour se souvenir des formules de trigonométrie. Il suffit de mémoriser l'expression **SOH-CAH-TOA.**

Exercice d'application : Le triangle LJK est rectangle en L tels que : LJ = 2,9cm, JK = 6cm et $\widehat{LKJ}$ = 29°. Déterminer la longueur du segment [LK] de deux manières différentes.