

CHAPITRE 1 : LES MATRICES

Matrices inversibles

A) Matrice identité

Définition

La **matrice identité d'ordre n** est la matrice carrée dont les coefficients de la diagonale principale sont égaux à 1 et tous les autres sont nuls. On la note I_n .

Ainsi $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ est la matrice d'identité d'ordre 2 ; $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ est la matrice d'identité d'ordre 3, etc.

Propriété : pour toute matrice A d'ordre n , on a $A \times I_n = I_n \times A = A$

On peut faire l'analogie avec : pour tout réel x , $x \times 1 = 1 \times x = x$ On dit que 1 est *l'élément neutre* pour la multiplication.

B) Matrices inversibles

Définition

Soit A une matrice d'ordre n . On dit que A est **inversible** s'il existe une matrice B d'ordre n telle que $A \times B = I_n$.

On peut faire l'analogie avec : pour tout réel $x \neq 0$, son inverse est le réel noté $\frac{1}{x}$ ou x^{-1} qui vérifie $x \times x^{-1} = 1$.

Propriété, vocabulaire, notation

- Si deux matrices carrées A et B vérifient $A \times B = I_n$ alors $B \times A = I_n$ également.
- Soit A une matrice d'ordre n . S'il existe une matrice B d'ordre n telle que $A \times B = B \times A = I_n$ alors A est inversible et B est la matrice inverse de A .
- On note A^{-1} la matrice inverse de A .

ATTENTION, certaines matrices ne sont pas inversibles !

Méthode pour trouver l'inverse d'une matrice carrée

Partie A de M04 et cette vidéo : <https://www.youtube.com/watch?v=GYJCs435bS4>

Déterminer l'inverse d'une matrice carrée d'ordre $n \geq 3$ est vite fastidieux... On utilisera donc très souvent la calculatrice :

Pour obtenir l'inverse d'une matrice carrée A avec la calculatrice, il suffit de taper $[A]^{-1}$.

Il peut être utile de faire afficher les coefficients sous forme fractionnaire

Travail personnel

Apprendre la leçon ci-dessus / Savoir-faire n°10 page 18 / Activité MAT04

Exercices 33; 34 page 21 sans calculatrice ; Ex 35 à 37 avec calculatrice.

Exercice 77 ; 78 ; 79 page 25 ; 112 page 32

Exercice 89 page 25 ; 95 et 96 page 26