Géométrie dans l'espace (I)
Droites et plans de l'espace - Sections planes

Compétences	*Exercices Corrigés*
Étudier les positions relatives d'une droite et d'un plan, de deux plans	*Savoir-faire 1 et 2 page 235*
Déterminer une section plane	*Savoir-faire 3 page 235 ; 42 page 246*

A - Droites et plans de l'espace

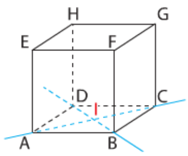
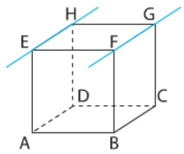
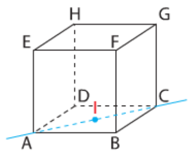
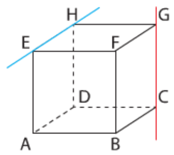
Vidéo (Mathrix) : https://www.youtube.com/watch?v=q7K9pzKGBGs

Règles de bases
- Par deux points distincts de l'espace, passe une unique droite.
- Par trois points non alignés (ou deux droites sécantes) passe un unique plan.
- Si un plan contient deux points distincts A et B, il contient la droite (AB).
- Tous les théorèmes et propriétés de géométrie plane s'appliquent dans chaque plan de l'espace.

a) Positions relatives de deux droites

Deux droites de l'espace sont :
- soit coplanaires,
-soit non coplanaires.

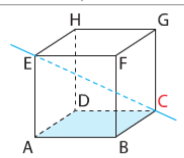
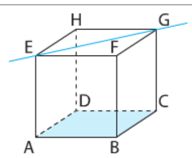
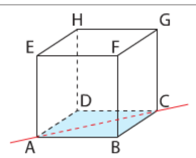
Si deux droites sont coplanaires, alors elles sont parallèles ou sécantes.

Droites coplanaires (dans un même plan)			Droites non coplanaires
Droites sécantes	Droites parallèles		
			
Les droites (AC) et (DB) sont sécantes en I.	Les droites (EH) et (FG) sont strictement parallèles.	Les droites (AI) et (AC) sont confondues.	Les droites (EH) et (GC) sont non coplanaires.

b) Positions relatives d'une droite et d'un plan

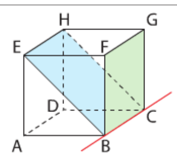
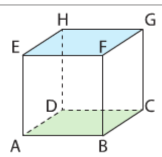
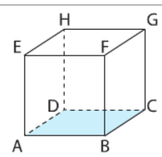
Une droite et un plan de l'espace sont :
- soit sécants,
- soit parallèles.

Lorsqu'une droite $\mathscr{D}$ est contenue (ou incluse) dans un plan $\mathscr{P}$, on note $\mathscr{D} \subset \mathscr{P}$.

Droite et plan sécants	Droite et plan parallèles	
		
La droite (EC) et le plan (ABC) sont sécants en C.	La droite (EG) et le plan (ABC) sont strictement parallèles.	La droite (AC) est contenue dans le plan (ABC).

c) Positions relatives de deux plans

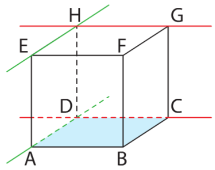
Deux plans de l'espace sont :
- soit sécants suivant une droite,
- soit parallèles.

Plans sécants	Plans parallèles	
		
Les plans (EBC) et (FBC) sont sécants suivant la droite (BC).	Les plans (ABC) et (EFG) sont strictement parallèles.	Les plans (ABC) et (ABD) sont confondus.

d) Parallélisme dans l'espace

Propriété 1 : Deux droites parallèles à une même troisième droite sont parallèles entre elles. Deux plans parallèles à un même troisième plan sont parallèles entre eux.

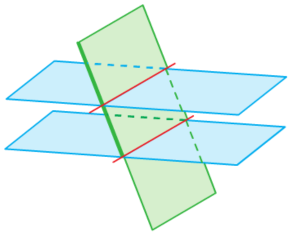
Propriété 2 : Parallélisme d'une droite et d'un plan Si une droite (d_1) est parallèle à une droite (d_2) incluse dans un plan $\mathscr{P}$, alors la droite (d_1) est parallèle au plan $\mathscr{P}$.

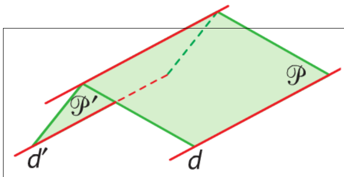


Exemple : Sur le cube représenté ci-contre, la droite (HG) est parallèle à la droite (DC) donc la droite (HG) est parallèle au plan (ADC). On note (HG) // (ADC).

Attention : Les droites (HG) et (EH) sont toutes les deux parallèles au plan (ADC) mais elles ne sont pas parallèles entre elles.

Propriété 3 : Parallélisme de deux droites Si deux plans $\mathscr{P}$ et $\mathscr{P}$' sont strictement parallèles, alors tout plan S qui coupe le plan $\mathscr{P}$ coupe aussi le plan $\mathscr{P}$' et les droites d'intersections sont parallèles.





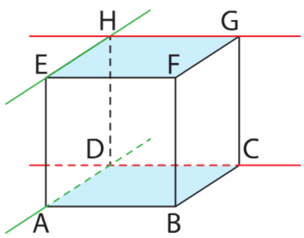
Propriété 4 : Théorème du toit Soit $\mathscr{P}$ et $\mathscr{P}$' deux plans sécants suivant une droite Δ. Si une droite d de $\mathscr{P}$ est parallèle à une droite d' de $\mathscr{P}$' alors la droite d'intersection de $\mathscr{P}$ et $\mathscr{P}$' est parallèle à d et à d'.

Preuve : Notons Δ la droite d'intersection des plans $\mathscr{P}$ et $\mathscr{P}$''.
Soit A un point de Δ et notons Δ' la parallèle à d passant par A.
La droite Δ' est parallèle à d et A est un point de $\mathscr{P}$, donc Δ' est incluse dans $\mathscr{P}$.
De même, Δ' est parallèle à d' et A est un point de $\mathscr{P}$', donc Δ' est incluse dans $\mathscr{P}$'.
On en déduit donc, que les droites Δ et Δ' sont confondues.
Conclusion : Δ est parallèle aux droites d et d'.

Vidéo : utilisation du théorème du toit (Y. Monka) : https://www.youtube.com/watch?v=TG-bVLDmAX4&feature=youtu.be

Propriété 5 : Parallélisme de deux plans Si un plan $\mathscr{P}$ contient deux droites d et d' sécantes et respectivement parallèles à deux droites d'un plan $\mathscr{P}$', alors les plans $\mathscr{P}$ et $\mathscr{P}$' sont parallèles.

Exemple : Sur le cube représenté ci-contre, le plan (EFG) contient deux droites sécantes (HG) et (HE) respectivement parallèles à deux droites (DC) et (AD) incluses dans le plan (ABC). Les plans (EFG) et (ABC) sont donc parallèles.



Activité 1 page 232 - Exercices 2 à 11 page 244 - 37 à 41 page 246

Géométrie dans l'espace (I)
Droites et plans de l'espace - Sections planes

B) Section d'un solide par un plan

Déterminer la section d'un solide donné par un plan $\mathscr{P}$, c'est déterminer le polygone dont les côtés sont les segments d'intersection des faces du solide et du plan de section $\mathscr{P}$.

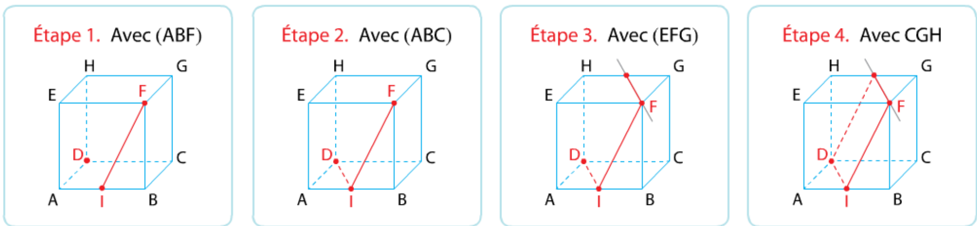
Les propriétés fréquemment utilisées pour déterminer une section :

P1. *Si un plan contient deux points distincts A et B, il contient tous les points de la droite (AB).*
P2. *Deux plans sont soit parallèles soit sécants suivant une droite.*
P3. *Deux droites coplanaires et non parallèles sont sécantes.*
P4. *Si deux plans sont parallèles, tout plan sécant à l'un est sécant à l'autre et les droites d'intersections sont parallèles.*

1er exemple : Section d'un cube ou d'un pavé droit

Justifier chaque étape à l'aide des propriétés énoncées ci-dessus

a) Déterminer la section du cube ABCDEFGH par le plan (DIF), I est le milieu de [AB].

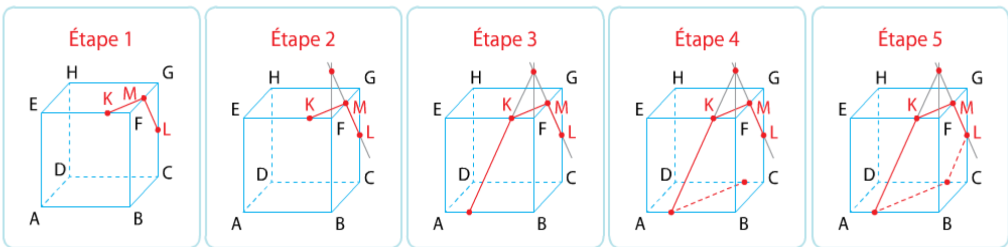


La section du cube par le plan (DIF) est le polygone rouge DIFX

N° : ……………… ……………… ………………… ………………

b) Déterminer la section du cube ABCDEFGH par le plan (KLM),

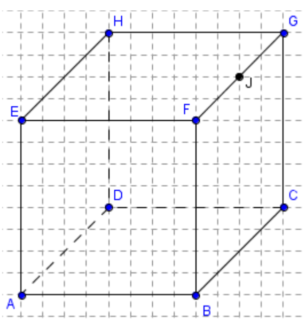
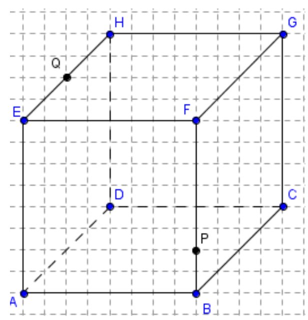
M milieu de [FG] et K est le point de [EF] tel que FK = $\frac{1}{4}$ FE.

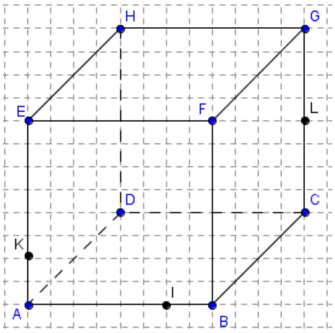
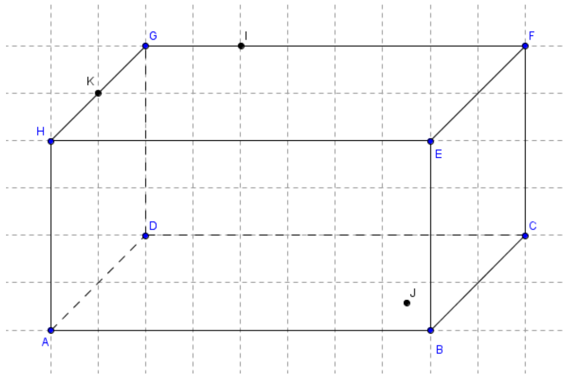


La section du cube par le plan (KLM) est le polygone rouge KMLYZ

N° :……………… …………… ……………… …………… ……………

Exercice : Dans chaque cas, déterminer la section du solide par le plan proposé :

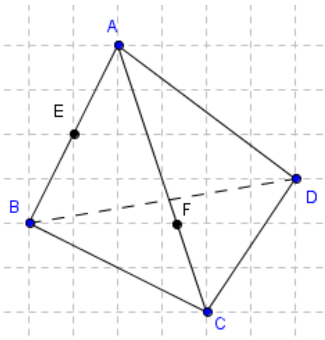
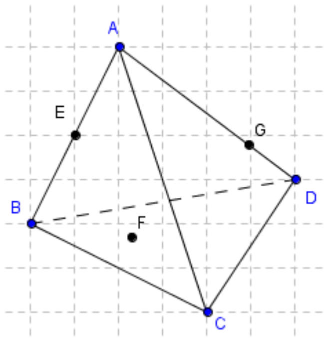
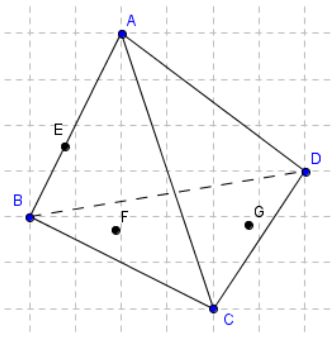
Section du cube par le plan (AHJ) J est le milieu de [FG]	**Section du cube par le plan (APQ)** Q est le milieu de [EH] et BP = $\frac{1}{4}$ BF
	

Section du cube par le plan (KIL) L est le milieu de [GC] ; AK = $\frac{1}{4}$ AE et AI = $\frac{3}{4}$ AB	**Section du pavé par le plan (KIJ)** J est un point de la face ABCD ; L est le milieu de [GC] ; K est le milieu de [HG] et GI = $\frac{1}{4}$ GF
	

2ème exemple : Section d'un tétraèdre

Attention, le tétraèdre n'a pas de faces parallèles...
La propriété P4 ne s'applique plus !

Exercice : Dans chaque cas, déterminer la section du tétraèdre ABCD par le plan proposé :

Plan : (DEF) E ∈ [AB] ; F ∈ [AC]	**Plan : (EFG)** E ∈ [AB] ; G ∈ [AD] et F ∈ (ABC)	**Plan : (EFG)** E ∈ [AB] ; F ∈ (ABC)et G ∈ (BCD)
		

À consulter régulièrement :

Vidéo : jaicompris.com (section d'un cube) : https://www.youtube.com/watch?v=DZOqmxMFplM
Vidéo : j'aicompris.com : https://www.youtube.com/watch?v=Dgmr9V1ytFo
Vidéo (Y. Monka) : https://www.youtube.com/watch?v=4y00KbuCpsc&feature=youtu.be

Pour s'entraîner régulièrement (site utilisé en salle info) :
Interesp : http://lycee-valin.fr/maths/exercices_en_ligne/espace.html

À connaître... les différents volumes étudiés les années précédentes.