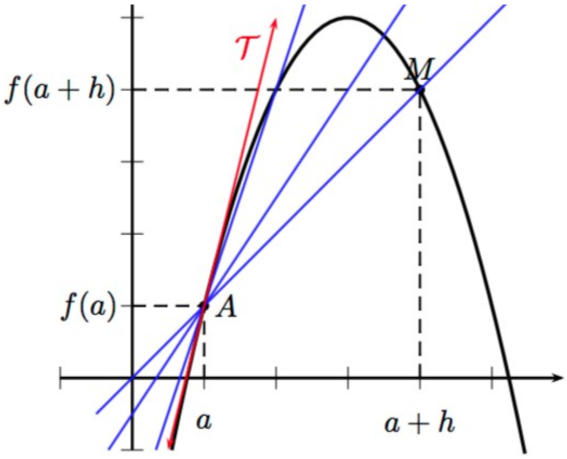
DÉRIVATION
Prérequis de 1ère

1. Nombre dérivé

a. Définitions : soit *f* une fonction définie sur un intervalle I et *a* un réel de I.

- On dit que la fonction *f* est dérivable en *a* si la quantité $\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$ admet une limite finie quand *h* tend vers 0.
- Cette limite s'appelle le nombre dérivée en *a* de la fonction *f*. On le note $f'(a)$.
- Le coefficient directeur de la tangente à C_f au point d'abscisse *a* est $f'(a)$.

b. Interprétation graphique



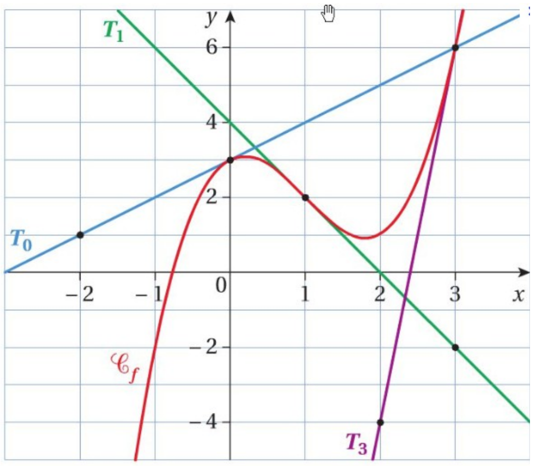
Lorsque *h* se rapproche de 0, le point M se rapproche du point A. Ainsi, la droite (AM) se rapproche de la tangente $\mathcal{T}$ au point A

$\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$ est le taux d'accroissement de la fonction *f* entre les réels $a+h$ et *h*.

C'est le coefficient directeur de la droite (AM) où $A(a, f(a))$ et $M(a+h; f(a+h))$.

$f'(a)$ correspond au coefficient directeur de la tangente $\mathcal{T}$ au point d'abscisse *a*.

c. Exemples : C_f est tracée en rouge ainsi que quelques tangentes



$f'(0)$ est le coefficient directeur de la tangente $\mathcal{T}_{\mathcal{T}}$ au point d'abscisse 0. On lit $f'(0)=1$.

$f'(1)$ est le coefficient directeur de la tangente $\mathcal{T}_{\mathcal{U}}$ au point d'abscisse 1. On lit $f'(1)=-2$.

$f'(3)$ est le coefficient directeur de la tangente $\mathcal{T}_{\mathcal{W}}$ au point d'abscisse 3. On lit $f'(3)=10$.

Entraînement sur QCM de maths
1ES - Dérivation
http://www.qcmdemath.net/math/QCM90/QCM090.html

2. Fonction dérivée

a. Définition : Soit *f* une fonction dérivable en tout point *x* d'un intervalle I, alors la fonction qui à *x* associe $f'(x)$ est appelé **fonction dérivée** de *f* sur I.

b. Dérivée des fonctions usuelles

Fonction f	Fonction f'	Intervalle I
k	0	$\mathbb{R}$
$ax+b$	a	$\mathbb{R}$
x^n	nx^{n-1}	$\mathbb{R}$, avec $n \in \mathbb{N}^*$
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$	$\mathbb{R}^*$
$\sin(x)$	$\cos(x)$	$\mathbb{R}$
$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$\mathbb{R}$
$\sin(\omega t+\varphi)$	$\omega\cos(\omega t+\varphi)$	$\mathbb{R}$
$\cos(\omega t+\varphi)$	$-\omega\sin(\omega t+\varphi)$	$\mathbb{R}$

Pas vu l'an passé,
à apprendre !

c. Opération sur les fonctions dérivables

Si *u* et *v* sont deux fonctions définies et dérivables sur un même intervalle I, alors on a :

Opération	Fonction	Dérivée
Addition	$u+v$	$u'+v'$
Multiplication	$k \times u$ avec $k \in \mathbb{R}$	$k \times u'$
Produit	$u \times v$	$u' \times v + u \times v'$
Inverse	$\frac{1}{v}$	$-\frac{v'}{v^2}$
Quotient	$\frac{u}{v}$	$\frac{u' \times v - u \times v'}{v^2}$

exercices 5 à 11 page 319

3. Lien entre la dérivée et le sens de variation d'une fonction

Propriété : On suppose que *f* est dérivable sur I.

- *f* est croissante sur I $\Leftrightarrow$ $f'(x) \geqslant 0$ pour tout réel *x* de I.
- *f* est décroissante sur I $\Leftrightarrow$ $f'(x) \leqslant 0$ pour tout réel *x* de I.
- *f* est constante sur I $\Leftrightarrow$ $f'(x) = 0$ pour tout réel *x* de I.

Exemple : Soit la fonction *f* définie sur $I=[-3;2]$ par $f(x)=x^3-3x+1$.

Établir le tableau des variations de *f* à partir du signe de $f'(x)$.

Méthode : étudier les variations de *f* c'est déterminer le signe de $f'(x)$.

$f'(x)=3x^2-3=3(x-1)(x+1)$ donc $f'(x)$ s'annule pour $x=1$ et $x=-1$

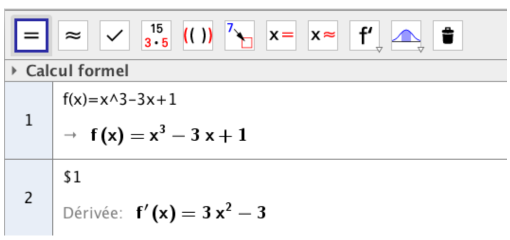
x	-3		-1		1		2
signe de f'		$+$		$-$		$+$	
variations de f	-17	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3

exercices 12 à 15 page 320

4. Calcul formel : il existe des calculatrices, des logiciels qui calculent la dérivée d'une fonction.

Avec *GeoGebra*, en mode calcul formel,

saisir la fonction *f* puis cliquer sur f'



Tutoriel pour lire un nombre dérivé TI : https://www.lestutosmaths.fr/fr/terminale/derivee

Casio : http://arslan.pro/Web_M_FM_calto/M_FM_Calto_Casio_deriv.pdf