Quelques compléments sur les équations de droite et de cercle

I. Équations de droite

Une équation de droite est une égalité caractérisant tous les points d'une même droite.

Théorème : Toute droite du plan a une équation d'inconnues x et y du type $ax+by+c=0$ appelée ***équation cartésienne*** de la droite (où a, b et c sont des nombres réels).

Un point M de coordonnées $(x;y)$ appartient donc à la droite considérée si et seulement si ses coordonnées vérifient l'équation de droite : $\mathrm{M}(x;y)\in \mathrm{D} \Leftrightarrow ax+by+c=0$

Un *vecteur directeur* de cette droite a pour coordonnées $(-b;a)$.

Cas particuliers :
- Toute droite parallèle à l'axe des ordonnées admet une équation du type $x=k$
- Toute droite parallèle à l'axe des abscisses admet une équation du type $y=k$ (k étant un réel).

Propriété : toute droite *non parallèle à l'axe des ordonnées* admet une ***équation dite « réduite »*** du type $y=mx+p$, où m et p sont des réels. (m est appelé coefficient directeur, et p ordonnée à l'origine).

Théorème : Si $\mathrm{A}(x_\mathrm{A};y_\mathrm{A})$ et $\mathrm{A}(x_\mathrm{B};y_\mathrm{B})$ sont deux points d'abscisses différentes, alors la droite (AB) admet pour coefficient directeur $m=\dfrac{y_\mathrm{B}-y_\mathrm{A}}{x_\mathrm{B}-x_\mathrm{A}}$.

Théorème : Si deux droites sont parallèles, alors elles ont le même coefficient directeur.

Exercices d'application

Déterminer une équation de la droite (AB) dans les cas suivants :

a) $\mathrm{A}(5;7)$ et $\mathrm{B}(9;4)$ b) $\mathrm{A}(3;8)$ et $\mathrm{B}(3;12)$ c) $\mathrm{A}(7;9)$ et (AB) parallèle à $d: y=5x+7$

II. Équation de cercle

Une équation de cercle est une égalité caractérisant tous les points d'un même cercle.

Théorème : une équation du cercle de centre $\mathrm{A}(x_\mathrm{A};y_\mathrm{A})$ et de rayon R est $(x-x_\mathrm{A})^2+(y-y_\mathrm{B})^2=\mathrm{R}^2$

Preuve

Cas particulier : $x^2+y^2=\mathrm{R}^2$ est l'équation cartésienne du cercle de centre O.

Méthode : Déterminer une équation d'un cercle **Vidéo Y. Monka** https://youtu.be/Nr4Fcr-GhXM
Méthode : Déterminer les caractéristiques d'un cercle **Vidéo Y. Monka** https://youtu.be/nNidpOAhLE8

Exercices d'application Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J)

Ex1 : Déterminer une équation du cercle C de centre $\mathrm{A}(4;-1)$ et passant par $\mathrm{B}(3;5)$.

Ex2 : Montrer que l'ensemble Γ d'équation $x^2+y^2-2x-10y+17=0$ est un cercle dont on donnera le centre et le rayon.

Ex3 : Soit les points $\mathrm{A}(4;2)$, $\mathrm{B}(-2;3)$ et $\mathrm{C}(4;-1)$. Déterminer une équation des cercles suivants :
a) $\mathscr{C}_\mathscr{U}$ de centre A et de rayon 2. b) $\mathscr{C}_\mathscr{V}$ de diamètre [AB]. c) $\mathscr{C}_\mathscr{W}$ de centre B passant par C.
La correction en vidéo : **ici**

Ex4 : Montrer que l'ensemble des points $\mathrm{M}(x;y)$ du plan tels que $x^2-8x+y^2+2y-8=0$ est un cercle dont on précisera le centre et le rayon. La correction en vidéo : **ici**