Correction du DM3

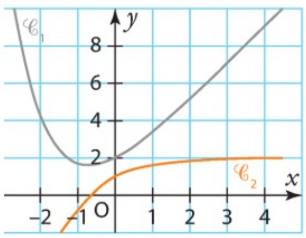
Exercice 1 : *f* est une fonction définie et dérivable sur ' .

1. Méthode : faites le tableau des variations de *f*, déduisez-en le signe de $f'(x)$ puis concluez.

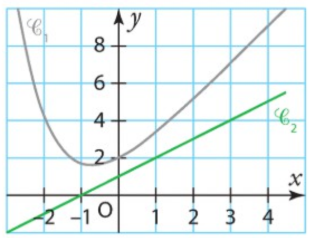
Attention, vous n'avez pas les coordonnées du minimum de la fonction *f* ; rien ne vous dit que ce minimum est atteint pour $x=-0,5$. Le minimum est atteint pour $x=x_0$ avec $-1<x_0<0$.

x	$-\infty$		x_0		$+\infty$
f		$\searrow$	$f(x_0)$	$\nearrow$	
signe de f'		-	0	+	

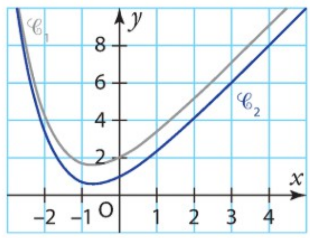
Situation ①



Situation ② ($\mathscr{C}_2$ est une droite)



Situation ③



On exclut la situation 3 qui donne une dérivée toujours positive.

On exclut la situation 2 car la courbe C_2 ne coupe pas l'axe des abscisse en x_0 .

4. Rédaction : on cherche à savoir si pour tout réel *x* de $\mathbb{R}$, $f(x)>x+2$.

On cherche donc le signe de $f(x)-(x-2)$. On pose $g(x)=f(x)-(x-2)=\mathrm{e}^{-x}+x-1$.

Trouver le signe de *g* n'est pas immédiat...

Méthode : étudier les variations de *g* et *espérer* que la valeur de l'extremum permettra de conclure...

Exercice 2 : À tout point M d'affixe z on associe le point M' d'affixe z' tel que $z'=2z^2-3iz$.

Rédaction : ne confondez pas les **points** et leurs **affixes** qui sont des complexes.

1b. On trouve $z_{A'}=-2i$ $\quad z_{B'}=2-3i$ $\quad z_{C'}=\dfrac{25}{8}$ $\quad z_{D'}=-14$ et $z_{E'}=2+3i$

2. a) On pose $z=x+iy$, la forme algébrique de z'est $z'=(2x^2-2y^2+3y)+i(4xy-3x)$

b et c) Le point M' d'affixe z' appartenant à l'axe des réels si et seulement si $\Im\mathrm{m}(z')=0$

$$\Im\mathrm{m}(z')=0 \Leftrightarrow 4xy-3x=0 \Leftrightarrow x(4y-3)=0 \Leftrightarrow x=0 \text{ OU } y=\frac{3}{4}$$

Autrement dit, le point M' d'affixe z' appartenant à l'axe des réels si et seulement si

$$z=ib \ \textbf{ ou } \ z=x+\frac{3}{4}i$$

c'est-à-dire si et seulement si le point M d'affixe z est

sur l'axe des imaginaires purs ou situé sur la droite d'équation $y=\frac{3}{4}$.

Si on reprend les points A, B, C, D et E, on est donc désormais sûrs que A', C' et D' sont sur l'axe des abscisses.