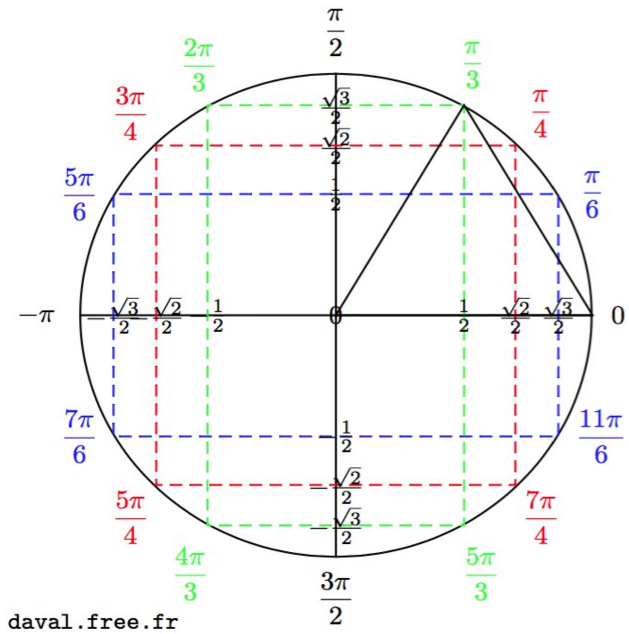
TRIGONOMÉTRIE : PRÉREQUIS

I - Valeurs remarquables

L'idéal est de les mémoriser, l'utilisation du cercle trigonométrique est autorisée. On exprime les angles en **radian**, on privilégie la mesure principale.

Exercices 1 à 4 page 232



II - Norme d'un vecteur

Définition : Dans un repère orthonormé, si $\vec{u}\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ alors $\|\vec{u}\|=\sqrt{a^2+b^2}$.

Exemple : si $\vec{u}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$, alors $\|\vec{u}\|=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$

II -Produit scalaire de deux vecteurs : définitions

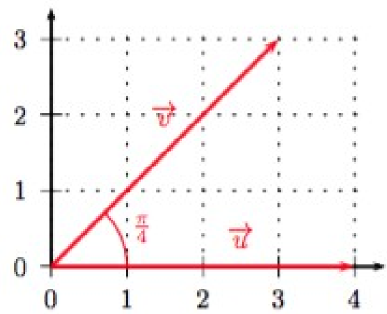
a Définition du produit scalaire par normes et angle

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs du plan.
On appelle produit scalaire des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ le nombre réel défini par :

$$\vec{u}\ .\ \vec{v} = \|\vec{u}\|\times\|\vec{v}\|\times\cos(\vec{u},\vec{v}) .$$

Exemple : $\|\vec{u}\|=4$, $\|\vec{v}\|=3\sqrt{2}$ et $(\vec{u},\vec{v})=\frac{\pi}{4}$

$$\vec{u}\ \vec{v}=4\times3\times\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)=4\times3\times\frac{\sqrt{2}}{2}=12$$



Exercice 5 page 232

b Définition analytique du produit scalaire

Dans un repère, si $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$, alors $\vec{u}\ .\ \vec{v} = x\times x'+y\times y'$

Exemple : $\vec{u}\begin{pmatrix}4\\0\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\3\end{pmatrix}$ donc $\vec{u}\ \vec{v}=4\times3+0\times3=12$

Exercice 6 page 232

c Définition du produit scalaire par projection orthogonale

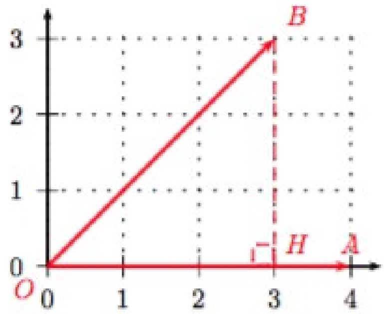
A et B sont deux points et H est le projeté de B sur (OA), alors :

$$\overrightarrow{OA}\,\overrightarrow{OB}=\begin{cases}OA\times OH \textit{ si } \overrightarrow{OA} \textit{ et } \overrightarrow{OB} \textit{ sont de même sens}\\ -OA\times OH \textit{ si } \overrightarrow{OA} \textit{ et } \overrightarrow{OB} \textit{ sont de sens contraire}\end{cases}$$

Exemple : H est le projeté orthogonal de B sur (OA).

$\vec{u}=\overrightarrow{OA}$ et $\vec{v}=\overrightarrow{OB}$

$\vec{u}\;\vec{v}=OA\times OH=4\times3=12$



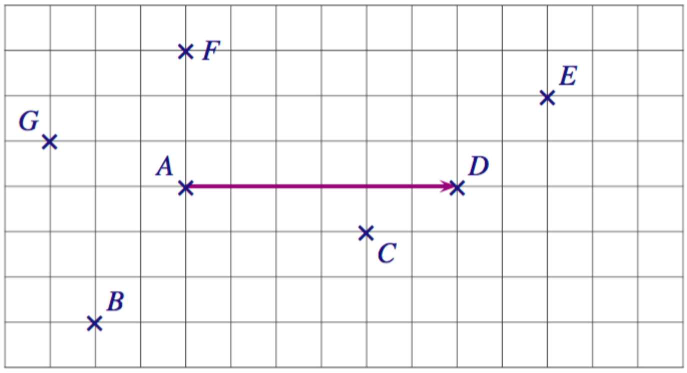
Exercices

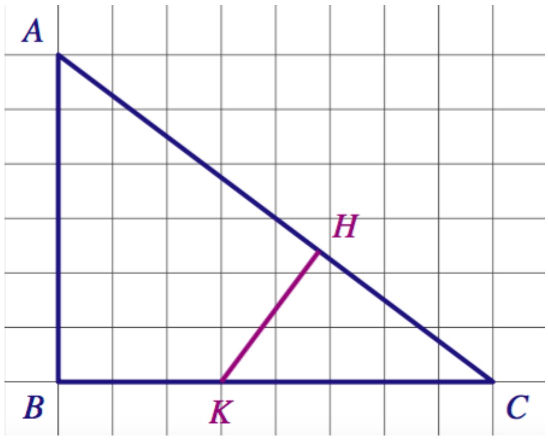
n°1 : l'unité est le carreau

Calculer les produit scalaire suivants :

$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AE}$ $\quad\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$ $\quad\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AG}$

$\overrightarrow{DC}\cdot\overrightarrow{AD}$ $\quad\overrightarrow{FE}\cdot\overrightarrow{AD}$ $\quad\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AF}$





n°2 ABC est un triangle rectangle en A tel que AB = 6 et BC = 8.

H est le point du segment [BC] tel que AH = 6.

La droite (HK) est perpendiculaire à (AC).

Calculer les produits scalaires suivants :

$\overrightarrow{AB}\cdot AC$ $\quad\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CK}$

$\overrightarrow{HA}\cdot\overrightarrow{HC}$ $\quad\overrightarrow{AK}\cdot\overrightarrow{AC}$

n° 3 ABC est un triangle isocèle en A tel que BC = 6cm et AB = 4cm.
I est le milieu du segment [BC].

1. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BA}$.
2. Calculer cos($\widehat{ABC}$) . En déduire une valeur approchée de l'angle $\widehat{ABC}$ à 0,01 degré près.

n°4 Dans le plan muni d'un repère orthonormé on a les points A(−1; 2) , B(1; −3) et C(4; 4).

1. Calculer les produits scalaires $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}$
2. Calculer cos ($\widehat{ABC}$) .
3. En déduire la nature du triangle ABC.