Correction DST2

Exercice n°1 : 1C 2B 3B (piège : $u_0<0$) 4C (valeur exacte)

Exercice n°2

(u_n) est une suite géométrique de premier terme $u_0=30$ et de raison 0,8 donc $u_n=u_0\times 0,8^n$

a) On sait que $\lim\limits_{n\to+\infty} 0,8^n=0$ car $0<0,8<1$ donc $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=0$.

b) $S=u_0+u_1+u_2+\cdots+u_{15}=30+30\times 0,8+30\times 0,8^2+\ldots+30\times 0,8^{15}=30(1+0,8+0,8^2+\ldots+0,8^{15})$

Donc $S=30\left(\dfrac{1-0,8^{16}}{1-0,8}\right)\approx 145,78$ à 10^{-2} près.

c) $S=u_0+u_1+u_2+\cdots+u_{15}=30+u_1+u_2+\cdots+u_{15}$

Lire N	
S prend la valeur 30	on initialise S à 30
Pour i de 1 à N	puis on ajoute les termes successifs de $(u_n)=30\times 0,8^n$
S prend la valeur $S+30\times 0,8^i$	
Fin	
Afficher S	

Exercice 3

Partie A Soit x le nombre de jours nécessaires pour que la population de cette colonie atteigne les 50 000 individus. On cherche x tel que $40000+500x=50000$

$40000+500x=50000 \Leftrightarrow 500x=10000 \Leftrightarrow x=20$

Il faut 20 jours pour que la population de cette colonie atteigne les 50 000 individus.

Partie B : Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre d'individus de la colonie n jours après le début des pulvérisations de l'insecticide. On a donc $u_0=50000$.

1. On modélise cette situation par la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par : $u_{n+1}=0,8u_n+500$ donc $u_1=0,8u_n+500, u_1=0,8\times 50000+500=40500$

Le nombre d'abeilles dans la colonie un jour après le début des pulvérisations est de 40500.

2. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par : $v_n=u_n-2500$.

a. Montrer que, pour tout entier naturel n : $v_{n+1}=0,8v_n$.

Méthode n°1	**Méthode n°2**
$v_n=u_n-2500$ donc $v_{n+1}=u_{n+1}-2500$ Or $u_{n+1}=0,8u_n+500$ donc $v_{n+1}=u_{n+1}-2500=(0,8u_n+500)-2500$ $=0,8u_n-2000=0,8\left(u_n-\dfrac{2000}{0,8}\right)$ $=0,8(u_n-2500)=0,8\times v_n$	$v_n=u_n-2500$ donc $v_{n+1}=u_{n+1}-2500$ $v_{n+1}=u_{n+1}-2500=0,8u_n+500-2500$ $=0,8(v_n+2500)+500-2500$ $=0,8v_n$

b. $v_{n+1}=0,8v_n$ donc on en déduit que la suite (v_n) est géométrique de raison 0,8.

Son premier terme est $v_0=u_0-2500=47500$

On a donc $v_n=v_o\times q^n=47500\times 0,8^n$

c. $v_n=u_n-2500$ donc $u_n=v_n+2500$ donc pour tout entier naturel n, on a : $u_n=47500\times 0,8^n+2500$

3. Des études ont montré qu'une colonie d'abeilles n'est plus en mesure d'assurer sa survie si elle compte moins de 5 000 individus. La colonie étudiée va-t-elle survivre ? Justifier la réponse.

On sait que $\lim_{n\to+\infty} 0{,}8^n=0$ car $0<0{,}8<1$ donc $\lim_{n\to+\infty} u_n=2500<5000$ donc la colonie ne survivra pas.

Exercice 4

Dans un circuit, un générateur de force électromotrice E = 15 volts et de résistance r = 10 ohms est branché en série avec une résistance variable R en ohms.

Partie A

La puissance P, en watts, dissipée dans la résistance R est donnée par la relation $\mathrm{P}=\dfrac{225\,\mathrm{R}}{(10+\mathrm{R})^2}$.

Calculer et afficher P pour R de 0 à 80 ohms avec un pas de 20. On arrondira au centième près.

Partie B

On considère la fonction *f* définie sur [0;80] par $f(x)=\dfrac{225x}{(10+x)^2}$.

1. $f'(x)=\dfrac{225\times(10+x)^2-225x\times2\times(10+x)}{(10+x)^4}=$

$=\dfrac{225\times(10+x)((10+x)-x\times2)}{(10+x)^4}=\dfrac{225\times(10+x)(10+x-2x)}{(10+x)^4}=\dfrac{225\times(10+x)(10-x)}{(10+x)^4}$

$=\dfrac{225(10-x)}{(10+x)^3}$.

2. Donner le tableau de variations de *f* c'est étudier le signe de $f'(x)$

Pour tout réel *x* de [0 ; 80], $(10+x)^3$ est positif donc $f'(x)$ est du signe de $10-x$.

x	0		10		80
signe de 10-x		+	0	−	
signe de f'		+		−	
variations de f	0	↗	5,625	↘	2,2

3.a. Pour R=10 ohms la puissance dissipée est maximale et vaut 5,625 watts.