

Correction DM4

L'évolution de la température de la tarte en fonction du temps est modélisée par la suite (T_n) définie par $T_0=180$ et, pour tout entier naturel n , $T_{n+1}=0,84 \times T_n + 3,2$.

Pour tout entier naturel n , le terme T_n de la suite (T_n) est égal à la température en degrés Celsius de la tarte n minutes après la sortie du four.

PARTIE A

1. La température de la tarte 1 minute après la sortie du four est d'environ 154° car

$$T_1 = 0,84 \times T_0 + 3,2 = 154,4$$

La température de la tarte 2 minutes après la sortie du four est d'environ 133° car

$$T_2 = 0,84 \times T_1 + 3,2 = 132,896$$

2. La tarte peut être sortie de son moule dès que sa température est inférieure à 80°C .

L'algorithme ci-contre détermine au bout de combien de minutes la tarte peut être démoulée

```

N ← 0
T ← 180
Tant que T ≥ 80
    T ← 0,84 × T + 3,2
    N ← N + 1
Fin Tant que
Afficher N
    
```

3. **Recopier** et compléter autant que nécessaire les colonnes du tableau suivant en arrondissant les résultats à l'unité.

| | | | | | | | |
|-----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| Valeur de N | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Valeur de T | 180 | 154 | 133 | 115 | 100 | 87 | 76 |
| Condition $T \geq 80$ | vraie | vraie | vraie | vraie | vraie | vraie | FAUSSE |

La valeur affichée par cet algorithme en sortie est 6.

Interprétation : la tarte peut être démoulée 6 minutes après la sortie du four.

PARTIE B On admet que pour tout entier n , on a $T_n = 160 \times 0,84^n + 20$

1. On conjecture que la limite de (T_n) est 20. On peut saisir la fonction $x \rightarrow 160 \times 0,84^x + 20$ et consulter le tableur de la calculatrice pour un entier x assez grand.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} 0,84^n = 0 \text{ car } 0 < 0,84 < 1 \text{ donc } \lim_{n \rightarrow +\infty} 160 \times 0,84^n = 0 \text{ et donc } \lim_{n \rightarrow +\infty} T_n = 20$$

3. À l'aide d'un algorithme que vous écrirez sur votre copie en langage naturel, déterminer l'entier N tel que $|T_N - 20| < 10^{-2}$.

```

N ← 0
T ← 180
Tant que |T - 20| ≥ 10-2
    N ← N + 1
    T ← |(160 × 0,84N + 20 - 20)| ou après simplification T ← |(160 × 0,84N)|
Fin Tant que
Afficher N
    
```

L'algorithme donne N=56

Avec Python :

```

main.py saved
1 from math import*
2 N=0
3 T=180
4 while T>=0.01:
5     N=N+1
6     T=abs(160*0.84**N)
7 print(N)

```

Avec le tableur :

On saisit en B2 la fonction $f(x)=160 \times 0,84^x + 20$: B2=160*0.84^A2+20

On saisit en C2 : abs(B2-20)

puis on étire les formules vers le bas.

| C2 =B2-20 | | | |
|-----------|---|-------|-------|
| | A | B | C |
| 1 | n | Tn | Tn-20 |
| 2 | 0 | 180 | 160 |
| 3 | 1 | 154.4 | 134.4 |

| | | |
|----|-------------|-------------|
| 53 | 20,01552109 | 0,015521087 |
| 54 | 20,01303771 | 0,013037713 |
| 55 | 20,01095168 | 0,010951679 |
| 56 | 20,00919941 | 0,009199411 |
| 57 | 20,0077275 | 0,007727505 |
| 58 | 20,0064911 | 0,006491104 |