

Éléments de correction du DST4

Rappel : seul un travail personnel a du sens... recopier les annales n'a aucun intérêt !

Exercice n°1 : ex1 du sujet donné au Liban en juin 2019

Un corrigé : https://www.apmep.fr/IMG/pdf/Corrige_S_Liban_31_mai_2019_AD.pdf

1a. Attention $z = -2 e^{\frac{i\pi}{3}}$ n'est pas une forme exponentielle.

La forme exponentielle d'un complexe non nul z de module r et d'argument θ est $r e^{i\theta}$; $r > 0$.

1c. Pour placer les points, le plus simple est de prendre leur forme exponentielle.

Un compas et un rapporteur sont nécessaires...

Respectez les consignes de graduation.

3a. Rédaction... soyez rigoureux...

Un point M de coordonnées $(x; y)$ est sur le cercle de centre K et de rayon $\frac{1}{2}$ **équivalent à**

$$(x - x_k)^2 + (y - y_k)^2 = \frac{1}{4}$$

3c. On a montré à la question 3b que **la partie réelle de z' vaut 1** donc tous les points M' sont situés sur la droite d'équation $x = 1$.

Exercice n°2

Définissez correctement les objets mathématiques que vous étudiez...

Si (a_n) est la suite qui donne **la longueur du carré à l'étape n** , $n \geq 0$, on a $a_0 = \frac{1}{2}$ et $a_{n+1} = \frac{1}{2} \times a_n$ d'après l'énoncé.

(a_n) est donc une **suite géométrique** de 1er terme $a_0 = \frac{1}{2}$ et de raison $\frac{1}{2}$ et $a_n = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^n$.

$$\text{On a donc } u_n = \sum_{k=0}^n (a_k)^2 = u_n = \sum_{k=0}^n \left(\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^k\right)^2 = \frac{1}{4} \sum_{k=0}^n \left(\frac{1}{4}\right)^k = \dots = \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{4} \left(\frac{1}{4}\right)^n\right)$$