NOM	TSTL - DST4	Lundi 20/01/2020

Exercice n°1 : sujet donné en 2019 (Polynésie)

Lien vers le corrigé de l'APMEP :
https://www.apmep.fr/IMG/pdf/Corrige_STI2D_Polynesie_juin_2019_DV.pdf

Partie A
On considère la fonction *f* définie sur [0 ; 4[par : $f(x)=10x+\ln(4-x)-\ln(4)$
On note C_f sa courbe représentative dans un repère.

1. Calculer $f(0)$.

2.a. Déterminer $\lim\limits_{x \to 4} f(x)$

b. En déduire que la courbe C_f admet une asymptote dont on précisera une équation.

3.a. On appelle f' la fonction dérivée de *f* sur l'intervalle [0 ; 4[.
Montrer que, pour tout *x* appartenant à l'intervalle [0; 4[, on a : $f'(x)=\dfrac{39-10x}{4-x}$

b. Étudier le signe de $f'(x)$ pour tout *x* appartenant à l'intervalle[0;4[.

c. Justifier que la fonction *f* atteint un maximum en 3,9.
Donner une valeur approchée au dixième de ce maximum

Partie B
Un constructeur de voitures électriques affirme que ses modèles peuvent atteindre la vitesse de 100 km/h en moins de 3 secondes. Pour vérifier cette affirmation, des journalistes ont testé une de ces voitures en réalisant l'essai suivant :
- dans un premier temps, augmentation de la vitesse de 0 à 35,3m/s (soit environ 127 km/h) en 3,9 s ;
- dans un deuxième temps, stabilisation de la vitesse à 35,3m/s.

L'évolution de la vitesse en fonction du temps est représentée par le graphique ci-dessous :
Durant la phase d'accélération, la vitesse de la voiture est modélisée par la fonction *f* étudiée dans la partie A et définie par $f(t)=10t+\ln(4-t)-\ln(4)$ avec $t\in[0;3,9]$ où *t* est exprimé en seconde et $f(t)$ est exprimée en m/s.

1.a. Calculer $f(3)$.

b. L'affirmation du constructeur est-elle vérifiée ?

2 On considère la fonction F définie sur [0 ; 3,9] par : $F(t)=5t^2-t+(t-4)[\ln(4-t)-\ln(4)]$

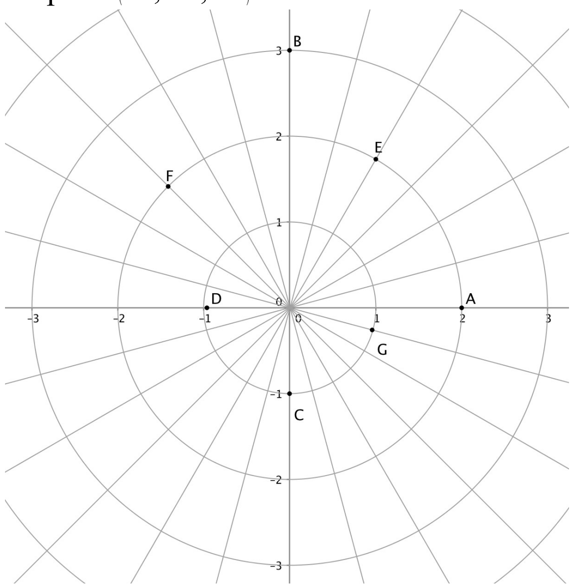
a. Montrer que la fonction F est une primitive de *f*.

b. La distance D, exprimée en mètre, parcourue durant la phase d'accélération est donnée $F(3,9)-F(0)$. Calculer la distance D arrondie au dixième.

Exercice n°2 : directement sur l'énoncé (3 points)

Les complexes A, B, C, D, E, F et G ont été placés dans un repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

1. Compléter le tableau ci-dessous :



	Module	Argument		Module	Argument
z_A	2	0 ou 2π	z_E	2	$\frac{\pi}{3}$
z_B	3	$\frac{\pi}{2}$	z_F	2	$\frac{3\pi}{4}$
z_C	1	$-\frac{\pi}{2}$	z_G	1	$-\frac{\pi}{12}$
z_D	1	π			

2.a. Placer dans le repère le complexe H défini par :

$$z_H = 2\left(\cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right)\right)$$

Module =2 donc H est sur le cercle de rayon 2

Argument = $-\frac{3\pi}{4}$

b. Donner sa forme algébrique : $z_H = 2\times\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + i\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right) = -\sqrt{2} - i\sqrt{2}$

Exercice n°3 : 3,5 points

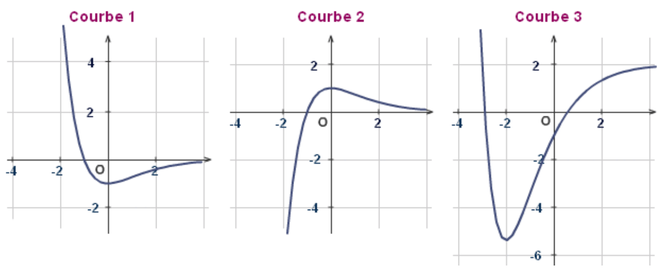
a. $z = -1 + i\sqrt{3}$ $\quad |z| = 2$; $\cos(\theta) = -\frac{1}{2}$ et $\sin(\theta) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ donc $\theta = \frac{2\pi}{3}$ $[2\pi]$

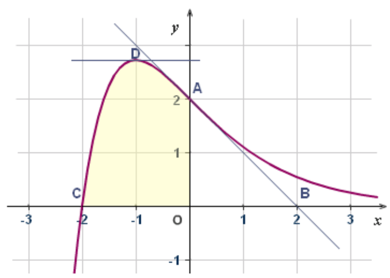
On a donc $z = 2\left(\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)$

b. $z_2 = -\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) - i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}$ $\quad |z| = 1$; $\cos(\theta) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{2}$ donc $\theta = -\frac{5\pi}{6}$

On a donc $z = \cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$

Exercice n°4 : 6 points





1.

f est croissante sur $]-\infty;-1[$ donc $f'(x) \geqslant 0$ sur $]-\infty;-1[$: seule la figure 1 convient.

On sait que $F' = f$ et f est positive sur $[-2;+\infty[$ donc F' est positive sur $[-2;+\infty[$ et F doit être croissante sur $[-2;+\infty[$: seule la courbe 3 convient.

2. Déterminer une primitive sur I de chacune des fonctions suivantes :

a. $f(x) = 6x^2 - \frac{4}{x^2}$ $\quad I = \mathbb{R}$ $\quad F(x) = 2x^3 + \frac{4}{x} + k$ $\quad$ **b.** $g(x) = x(x^2+1)^2$ $\quad I = \mathbb{R}$ $\quad G(x) = \frac{1}{6}(x^2+1)^3$

c. $h(x) = -\frac{4}{2x-1}$ $\quad I = \mathbb{R}$ $\quad H(x) = -2\ln(2x-1)$