Bilan du DM n°8

J'attendais un travail qui ne recoure pas à un repère de l'espace...

Exercice 1, question b

Déterminer les réels x et y tels que $\overrightarrow{MQ}=x\,\overrightarrow{MN}+y\,\overrightarrow{MP}$ c'est trouver x et y tels que :

$-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}=x\left(-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}\right)+y\left(-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}\right)$.

$\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AC}$ forment une base de l'espace donc la décomposition de $\overrightarrow{MQ}$ dans la base est unique

donc on a le système $\begin{cases} -\frac{2}{3}=-\frac{2}{3}x-\frac{2}{3}y \\ \frac{1}{2}=-\frac{1}{2}y \\ 0=\frac{3}{4}x+\frac{3}{2}y \end{cases}$.

On a immédiatement $y=-1$

(S) $\Leftrightarrow$ $\begin{cases} y=-1 \\ x=2 \\ 0=\frac{3}{4}\times 2+\frac{3}{2}\times(-1)\ \textit{vérifié} \end{cases}$ donc on a montré que $\overrightarrow{MQ}=2\,\overrightarrow{MN}-\overrightarrow{MP}$

Exercice 2

Mauvaise définition de points coplanaires pour beaucoup d'entre vous.

Rappels :

-Soient $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ trois vecteurs de l'espace tels que $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$, $\vec{v}=\overrightarrow{AC}$ et $\vec{w}=\overrightarrow{AD}$.
$\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires lorsque les points A, B, C et D appartiennent au même plan.

- Autrement dit, si les trois vecteurs ont la même origine alors leurs extrémités sont dans un même plan.

- Deux vecteurs sont toujours coplanaires...

Question 1a :
On voit......
Les points E, C, A et G sont coplanaires (ACGE est un rectangle)
$\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{AE}$ et il existe un représentant du vecteur $\overrightarrow{EC}$ d'origine A.
donc les trois vecteurs $\overrightarrow{AG}$, $\overrightarrow{EC}$ et $\overrightarrow{BF}$ sont coplanaires, tous dans le plan (ACG).

Méthode : $\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{CG}=\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{BF}=2\,\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{EC}$
On a montré l'existence de deux réels x et y tels que $\overrightarrow{AG}=x\,\overrightarrow{BF}+y\,\overrightarrow{EC}$

Question 1b : les points A, B et D sont dans le même plan (ABD)
Le vecteur $\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{AE}$ n'a pas son extrémité F dans le plan (ABD)
donc les points A, B, D et F ne sont pas coplanaires.

Question 2c : on utilise les résultats aux questions 2a et 2b : $\overrightarrow{EC}=3\,\overrightarrow{EM}$ donc les vecteurs $\overrightarrow{EC}$ et $\overrightarrow{EM}$

sont colinéaires et les points E, M et C sont alignés.

Question 3B : les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EH}$ forment une base du plan (EFH)

On a $\overrightarrow{AP}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BF}+\frac{2}{3}\overrightarrow{FG}$ d'où $\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EP}=\frac{2}{3}\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{BF}+\frac{2}{3}\overrightarrow{EH}$

On en déduit $\overrightarrow{EP}=\frac{2}{3}\overrightarrow{EF}+\frac{2}{3}\overrightarrow{EH}$ car $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{BF}$

On a donc montré l'existence de deux réels x et y tels que $\overrightarrow{EP}=x\overrightarrow{EF}+y\overrightarrow{EH}$

donc P est un point du plan (EFH).