$\boxed{27\,p\,177}$

1. Sur $[-4;2]$, $f(x)\geq 0$ donc $\int_{-4}^{2} f(x)\,dx \geq 0$

Sur $[2;7]$, $f(x)\leq 0$ donc $\int_{2}^{7} f(x)\,dx \leq 0$

2. $\forall x \in [1;5]$, $-2 \leq f(x) \leq 3$

donc $\underbrace{\int_1^5 -2\,dx}_{-2[x]_1^5} \leq \int_1^5 f(x)\,dx \leq \underbrace{\int_1^5 3\,dx}_{3[x]_1^5}$

On a donc $-8 \leq \int_1^5 f(x)\,dx \leq 12$ $\quad a=-8$ et $b=12$

3. $\int_2^7 f(x)\,dx = \int_2^5 f(x)\,dx + \int_5^7 f(x)\,dx$

Si $2 \leq x \leq 5$ alors $-2 \leq f(x) \leq 0$

et $\underbrace{\int_2^5 -2\,dx}_{-2[x]_2^5} \leq \int_2^5 f(x)\,dx \leq \int_2^5 0\,dx$

$-2[x]_2^5 \leq \int_2^5 f(x)\,dx \leq [0]$

$-6 \leq \int_2^5 f(x)\,dx \leq 0$

Si $5 \leq x \leq 7$ alors $-2 \leq f(x) \leq -1$

et $\int_5^7 -2\,dx \leq \int_5^7 f(x)\,dx \leq \int_5^7 -1\,dx$

$-2[x]_5^7 \qquad [-x]_5^7$

$-4 \leq \int_5^7 f(x)\,dx \leq -2$

On a donc $\begin{cases} -6 \leq \int_2^5 f(x)\,dx \leq 0 \\ -4 \leq \int_5^7 f(x)\,dx \leq -2 \end{cases}$

⚠ On peut tjs ajouter membre à membre deux inégalités

On a donc $\underbrace{-6-4}_{-10} \leq \int_2^5 f(x)\,dx + \int_5^7 f(x)\,dx \leq 0-2$

$-10 \leq \int_2^7 f(x)\,dx \leq -2$

⚠ On ne peut pas soustraire ou diviser membre à membre deux inégalités ...

Ex Si $3 \leq x \leq 4$
et $-1 \leq y \leq 5$

alors $-5 \leq -y \leq 1$ et $-2 \leq \underbrace{x-y}_{x+(-y)} \leq 5$

Partie 6 Ex 2

$$B = \int_1^e \frac{6x^2+4x-1}{x}\,dx = \int_1^e \left(6x+4-\frac{1}{x}\right)dx = \left[3x^2+4x-\ln x\right]_1^e$$
$$= 3e^2+4e-1-(3+4) = 3e^2+4e-8$$

$$C = \int_0^1 \frac{x^2}{1+x^3}\,dx = \left[\frac{1}{3}\ln(1+x^3)\right]_0^1 = \frac{1}{3}\left[\ln 2 - \ln 1\right] = \frac{1}{3}\ln 2$$

$$D = \int_1^4 \left(\frac{1}{3t}-\frac{3}{t^2}\right)dt = \left[\frac{1}{3}\ln t + \frac{3}{t}\right]_1^4 = \frac{1}{3}\ln 4 + \frac{3}{4} - 3 = \frac{1}{3}\ln 4 - \frac{9}{4}$$

Ex 3

$$B = \int_{-1}^2 x\,e^{-x^2}\,dx = \left[-\frac{1}{2}e^{-x^2}\right]_{-1}^2 = -\frac{1}{2}\left[e^{-4}-e^{-1}\right]$$

$$C = \int_0^4 \frac{3}{\sqrt{2x+1}}\,dx = \left[\frac{3}{1}\sqrt{2x+1}\right]_0^4 = 3\left(\sqrt{9}-\sqrt{1}\right) = 6$$