97 p 150

1. Changement de variable $X = 1+e^x$

$x \longrightarrow 1+e^x$
$X \longrightarrow \ln X$

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{X \to 1} \ln X = 0$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{X \to +\infty} \ln X = +\infty$

2. ⚠ $(\ln x)' = \frac{1}{x}$ et $[\ln(u(x))]' = \frac{u'(x)}{u(x)}$

Ici $\boxed{f'(x) = \frac{e^x}{1+e^x}}$

$\forall x \in \mathbb{R}$, $f'(x) > 0$ car $\forall x \in \mathbb{R}$, $e^x > 0$

On a

x	$-\infty$		$+\infty$
Signe de $f'(x)$		$+$	
Variation de f	0	$\nearrow$ m	$+\infty$

3. f est derivable sur $\mathbb{R}$ donc continue
f est strict^t croissante sur $\mathbb{R}$
m est positif donc $m \in [0; +\infty[$

D'après le corollaire du TVI l'equation $f(x) = m$, $m > 0$ admet une unique solution.

NB On ne vous demande pas de résoudre l'equation $f(x) = m$

4. T a pour equation $y = f'(0)(x-0) + f(0) = \frac{1}{2}x + \ln 2$

5. On cherche le signe de $f(x) - x$;

$f(x) - x = \ln(1+e^x) - x$
$= \ln(1+e^x) - \ln(e^x)$
$= \ln\left(\frac{1+e^x}{e^x}\right)$

Or $\forall x \in \mathbb{R}$, $1+e^x > e^x$ donc $\frac{1+e^x}{e^x} > 1$

donc $\ln\left(\frac{1+e^x}{e^x}\right) > 0$

On $\forall x \in \mathbb{R}$,
$e^x + 1 > e^x$
donc $\ln(1+e^x) > \ln e^x$
donc $f(x) > x$

On a donc prouvé que $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(x) > x$
donc $\mathcal{C}_f$ est au dessus de la droite Δ d'equation $y = x$.