Calcul intégral : Partie 4
Recherche de primitives (simples)

La solution des applications et des exercices se trouvent sur la page 2, il n'y a aucun interêt à regarder la correction sans les avoir cherchés.

Remarque : s'il est facile de vérifier qu'une fonction F est une primitive d'une fonction f...
... il n'est pas toujours facile de trouver une primitive d'une fonction f.

Par lecture inverse du tableau des dérivées, on obtient les ***primitives des fonctions usuelles :***

Fonction *f*	**Une primitive *F***	**Intervalle de validité**
$f(x)=a$, $a \in \mathbb{R}$	$F(x)=ax$	$\mathbb{R}$
$f(x)=x^n$ pour n entier différent de -1 et de 0.	$F(x)=\frac{1}{n+1}x^{n+1}$	$\mathbb{R}$ lorsque $n>0$]- ∞ ; 0[ou]0 ; +∞[lorsque $n<0$
$f(x)=\frac{1}{x^2}$	$F(x)=\frac{-1}{x}$	]- ∞ ; 0[ou]0 ; +∞[
$f(x)=\frac{1}{x}$	$F(x)=\ln x$	]0 ; +∞[
$f(x)=e^x$	$F(x)=e^x$	$\mathbb{R}$
$f(x)=e^{\alpha x}$; $\alpha \in \mathbb{R}^*$	$F(x)=\frac{1}{\alpha}e^{\alpha x}$	$\mathbb{R}$
$f(x)=\ln(x)$	$\mathrm{F}(x)=x\ln(x)-x$	]: ; +∞[
$f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$	$F(x)=2\sqrt{x}$	]0 ; +∞[
$f(x)=\sqrt{x}=x^{\frac{1}{2}}$	$F(x)=\frac{3}{2}x^{\frac{3}{2}}$	[0 ; +∞[

Application 1 : pour chaque fonction, trouver une primitive sur l'intervalle I:

a) $f(x)=x^2-3x+1$; $\mathrm{I}=\mathbb{R}$; **b)** $g(x)=\frac{5}{x^2}$; I =]0 ; +∞[; **c)** $h(x)=\frac{2}{\sqrt{x}}+e^{3x}$; I =]0 ; +∞[;

d) $k(x)=\frac{3x^2-2}{x^2}$; I =]0 ; +∞[;

Exercices à faire : 5 à 10 page 176 et 64,65 page 180

Correction des applications et des exercices

Application 1

a) $f(x)=x^2-3x+1$; $\mathrm{I}=\mathbb{R}$ a pour primitive : $F(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2+x+k$, $k\in\mathbb{R}$

b) $g(x)=\frac{5}{x^2}$; I =]0 ; +∞[a pour primitive: $\mathrm{G}(x)=-\frac{5}{x}+k$, $k\in\mathbb{R}$

c) $h(x)=\frac{2}{\sqrt{x}}+\mathrm{e}^{3x}$; I =]0 ; +∞[a pour primitive : $H(x)=4\sqrt{x}+\frac{1}{3}\mathrm{e}^{3x}+k$, $k\in\mathbb{R}$

d) $k(x)=\frac{3x^2-2}{x^2}$; I =]0 ; +∞[astuce : pour déterminer cette primitive, on a va modifier légèrement l'expression de k : $k(x)=\frac{3x^2-2}{x^2}=3-\frac{2}{x^2}$ qui a pour primitive $\mathrm{K}(x)=3x+\frac{2}{x}+k$, $k\in\mathbb{R}$

5 $F(x)=\frac{1}{2}x^2$; $G(x)=\frac{1}{3}x^3$ et $H(x)=\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{3}x^3$.

6 $F(x)=7x$; $G(x)=\frac{1}{4}x^4$ et $H(x)=7x-2x^4$.

7 $F(x)=x^3-1$.

8 $F(x)=\ln x+2x$, $G(x)=3\ln x$ et $H(x)=\frac{1}{2}x^2-7\ln x$.

9 $F(x)=-\frac{1}{x}$, $G(x)=x-\frac{1}{x}$ et $H(x)=\frac{-1}{2}x^{-2}$.

10 Voir livre page 424

64 $F(x)=\frac{3}{2}x^4+2x^2$, $G(x)=x^4-3e^x$ et $H(x)=\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{18}x^3-7x$.

65 $F(x)=2x^3+11\ln x$, $G(x)=\frac{11}{2}x^2-3x^{-1}$ et $H(x)=-\frac{7}{3}x^3-2x^{-2}$.