

Terminale STL - Équations différentielles -

Activité : les trois questions sont indépendantes.

Une relation avec à la fois une fonction f et sa dérivée f' est appelée **équation différentielle d'ordre 1**.

1. On considère l'équation différentielle $(E_1) : f'(x) = f(x)$ où f est une fonction définie et dérivable sur un intervalle I . Connaissez-vous une fonction qui, lorsqu'on la dérive, reste inchangée ?

2. Soit l'équation différentielle $(E_2) : f'(x) = 2f(x)$ où f est une fonction définie et dérivable sur un intervalle I . Compléter le tableau :

$f(x)$	$5x - 4$	$\ln(3x)$	$\cos(2x)$	$e^{2x} + 5$	e^{2x+5}
$I =$	\mathbb{R}	$]0; +\infty[$	\mathbb{R}	\mathbb{R}	\mathbb{R}
$f'(x)$					
$f'(x) = 2f(x) ?$					
f est-elle une solution de E_2 ?					

3.a. À partir de l'instant $t = 0$, un condensateur de capacité C se décharge dans un circuit de résistance R . La tension $u(t)$ aux bornes du condensateur vérifie, à l'instant t l'équation différentielle $(E_3) :$

$$u'(t) + \frac{1}{RC}u(t) = 0 \text{ avec } R = 10000 \Omega \text{ et } C = 10^{-4} \text{ F.}$$

b. La tension $u(t) = 3t$ est-elle une solution de (E_3) ?

c. La tension $u(t) = 2t^2 + 3t - 1$ est-elle une solution de (E_3) ?

d. Montrer que $u(t) = e^{-t}$ est une solution de (E_3) puis déterminer toutes les solutions de (E_3) .

4. Soit f la fonction définie par $f(x) = k e^{ax}$ où k et a sont des constantes réelles.

Déterminer les valeurs de k et a permettant d'obtenir une solution de (E_2) .