TSTL Exercices Équations différentielles

1a p 205 $y'-3y=0$ $f(x)=e^{-3x}$ $f'(x)=-3e^{-3x}$

$f'(x)-3f(x)=-3e^{-3x}-3e^{-3x}=-6e^{-3x}\neq 0$

donc f n'est pas une solution de (E)

2b p205 $f(x)=170-150e^{-0,514x}$

$f'(x)=-150(-0,514)e^{-0,514x}=+77,1e^{-0,514x}$

$\frac{1}{0,514}f'(x)+f(x)=150e^{-0,514x}+170-150e^{-0,514x}=+170$

f est une solution de (E).

3 p205 a) $f(x)=\cos(3x)-\sqrt{3}\sin(3x)$

$f'(x)=-3\sin(3x)-\sqrt{3}\times 3\cos(3x)$

$f''(x)=-3\times 3\cos(3x)+\sqrt{3}\times 3\times 3\sin(3x)$

$=-9\cos(3x)+9\sqrt{3}\sin(3x)$

$f''(x)+9f(x)=0$ donc f est une solution de (E).

b) $f(x)=3\sqrt{2}\cos\left(5x-\frac{\pi}{4}\right)$

$f'(x)=3\sqrt{2}\times 5\left(-\sin\left(5x-\pi/4\right)\right)$

$=-15\sqrt{2}\sin\left(5x-\frac{\pi}{4}\right)$

$f''(x)=-15\sqrt{2}\times 5\cos\left(5x-\frac{\pi}{4}\right)$

$=-75\sqrt{2}\cos\left(5x-\pi/4\right)$

$f''(x)+25y=0$

donc f est une solution de (E)

4 p205 $f(x)=\cos(2t)$

$f'(x)=-2\sin(2t)$

$4f^2(t)+2f'(t)=4[\cos^2(2t)]-4\sin(2t)$

$=4\left[\cos^2(2t)-\sin(2t)\right]$

$=4\left[1-\sin^2(2t)-\sin(2t)\right]$

$=-4\left[\sin^2(2t)+\sin(2t)-1\right]$

$\neq 1$ pour tout t de $\mathbb{R}$

contre-exemple $t=\frac{\pi}{4}$

donc f n'est pas une solution de (E)

b $f(t)=-t\cos t$

$f'(t)=-1\cos t-t(-\sin t)$

$=-\cos t+t\sin t$

$f''(t)=+\sin t+\sin t+t(-\cos t)$

$=2\sin t-t\cos t$

$f''(t)+f(t)=2\sin t-t\cos t-t\cos t$

$\neq 2\sin t$

donc f n'est pas une solution de (E)

5 p205 a $f(t)=\cos(2t)$ $f'(t)=-2\sin(2t)$

$4f^2(t)+2f'(t)=4\cos^2(2t)-4\sin(2t)$

pour $t=\pi/4$ on a $4\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\right)-4\sin\frac{\pi}{2}$

$=0-4=-4\neq 4$

donc f n'est pas une solution de (E)

b $f(t)=-t\cos t$

$f'(t)=-\cos t-t(-\sin t)$

$=-\cos t+t\sin t$

$f''(t)=\sin t+\sin t+t\cos t$

$=2\sin t+t\cos t$

$f''(t)+f(t)=2\sin t+t\cos t-t\cos t$

$=2\sin t$

f est une solution de (E)