Lundi 11 mai
Étude d'une fonction trigonométrique

On considère la fonction *f* définie sur l'intervalle $[0\,;2\pi]$ par $f(x)=\cos(x)+\dfrac{1}{2}\cos(2x)+1$

1. Déterminer la fonction dérivée f' de la fonction *f*.
Montrer que, pour tout nombre réel *x* de $[0\,;2\pi]$ on a $f'(x)=-\sin(x)(1+2\cos(x))$.

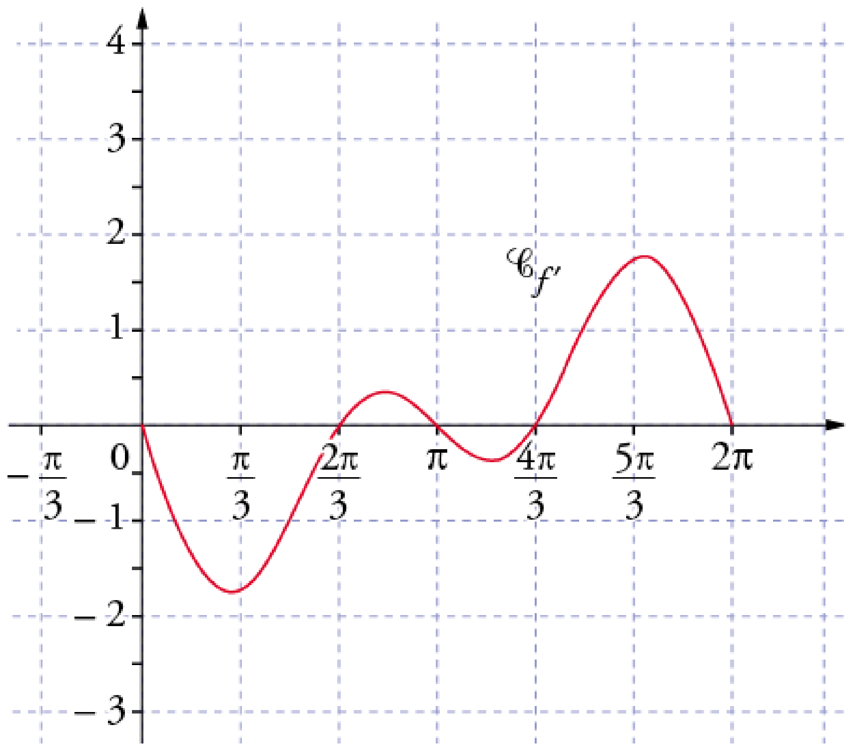
2. Résoudre dans l'intervalle $[0\,;2\pi]$, l'équation produit : $\sin(x)(1+2\cos(x))=0$.

3a. En s'appuyant sur la représentation graphique de la fonction dérivée f' donnée en annexe, dresser le tableau de signes de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0\,;2\pi]$.

b. Déduire des questions 2 et 3a le tableau de variation de la fonction *f* sur l'intervalle $[0\,;2\pi]$.
Préciser les ordonnées des points de la courbe représentative de *f* dont l'abscisse *x* vérifie $f'(x)=0$.

c. Donner le signe de la fonction *f* sur l'intervalle $[0\,;2\pi]$.

4. Tracer la courbe représentative de *f* sur l'intervalle $[0\,;2\pi]$ dans le repère de l'annexe (où f' est déjà représentée).



PARTIE B : Calcul intégral et interprétation graphique

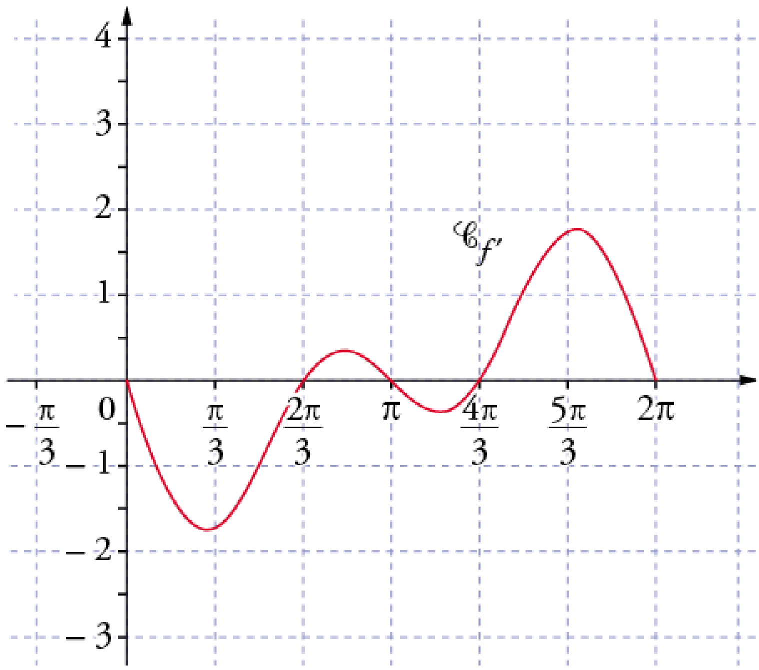
On pose $\mathrm{I}=\int_{\frac{2\pi}{3}}^{\pi} f'(t)\,\mathrm{d}t$ et $\mathrm{J}=\int_{0}^{2\pi} f(t)\,\mathrm{d}t$

1a. Sur l'annexe, colorier en bleu la partie du graphique correspondant à I.

b. Calculer I.

2a. Sur l'annexe, colorier en rouge la partie du graphique correspondant à J.

b. Calculer J.



3. Soit A l'aire, exprimée en unités d'aire, de la partie du plan délimitée par les courbes respectives de f et f' et les droites d'équation $x=0$ et $x=\frac{\pi}{3}$.

Démontrer que $\mathrm{A}=\frac{9\sqrt{3}+16\pi+54}{24}$.

On pourra, pour mener un raisonnement, utiliser les représentations graphiques respectives des fonctions f et f' et les propriétés qui en découlent.